

روش های حل معادله درجه دوم به صرت کاملا مفید و خلاصه شده+ چند نکته کاربردی تستی ✓
و مهم

دیر محترم: جناب آقای جباری ✓
گردد آورنده: امید خدام ✓

تعریف معادله درجه دو ✓

معادله ای است که بیشترین توان آن پس از ساده کردن 2 باشد، معادله درجه دوم ✓

نامیده میشود و فرم کلی آن به صورت زیر است: ✓

$$ax^2+bx+c=0, a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$$

انواع روشهای حل معادله درجه دوم ✓

✓ برای حل معادله درجه دوم روشهای مختلفی است که مهمترین آنها عبارتند از:

✓ تجزیه

✓ روش ریشه گیری

✓ روش کلی یا Δ

✓ روش هندسی (رسم نمودار)

روش تجزیه برای حل معادله درجه دوم ✓

تجزیه یک عبارت جبری یعنی عبارتی که به صورت جمع و تفریق هست را به شکل حاصلضرب عاملهای اول در بیاوریم. میدانیم هر عبارتی تجزیه پذیر به عاملهای اصلی نیست. پس روش تجزیه یک روش کلی برای حل معادله نخواهد بود. اما اگر معادله ای تجزیه پذیر باشد، میتوان آن را تجزیه کرد. و با استفاده از نکته های زیر ریشه های

معادله (جوابها) را بدست آورد:

$$ab=0 \text{ یا } a=0 \text{ یا } b=0$$

✓ فاکتورگیری یا استفاده از اتحادها، از رایجترین روشهای تجزیه برای حل معادله است

مثال از روش تجزیه برای حل معادله درجه دوم ✓

$$x^2-3x=0$$

می باشد، روش فاکتورگیری بهترین روش برای حل آن است و داریم $c=0$ در این معادله که

$$x(3-x)=0$$

$$x=0 \quad 3-x=0 \Rightarrow x=3$$

✓ را در نظر بگیرید. این معادله را میتوان با کمک اتحاد جمله مشترک که در نهایت منجر $x^2+5x+6=0$ یا معادله

به حل معادله درجه دوم می شود تجزیه کرد:

$$\checkmark (x+2)(x+3)=0 \Rightarrow \{x=-2, -3\}$$

حتی گاهی معادلات با درجه های بالاتر را نیز به کمک تجزیه میتوان حل کرد مانند

$$\checkmark x^3-x=0$$

$$\checkmark x(x^2-1)=0 \Rightarrow x(x-1)(x+1)=0$$

$$\checkmark x=0 \quad x=1 \quad x=-1$$

در این مثال از فاکتورگیری و اتحاد مزدوج برای تجزیه کمک گرفته شده است

روش ریشه گیری برای حل معادله درجه دوم

برای حل این معادله میتوان از دو $x^2-9=0$ باشد را در نظر بگیرید. مثل $b=0$ معادله ی درجه دومی که

روش تجزیه به کمک اتحاد مزدوج و ریشه گیری استفاده کرد. یعنی

$$\checkmark x^2=9 \Rightarrow x=\pm 3$$

در این روش مانند معادله درجه اول ابتدا مجهول را تنها میکنیم. سپس از دو طرف ریشه دوم میگیریم

$$\checkmark 3x^2-7=0 \Rightarrow x^2=7/3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{7/3}$$

باید در این روش دقت کنیم وقتی مجهول را تنها کردیم نباید طرف دوم منفی باشد در این صورت معادله جواب

ندارد. مانند:

$$\checkmark x^2+4=0 \Rightarrow x^2=-2 \quad \text{ریشه ندارد}$$

خواهد بود $x^2+4=0$ ، $x=\pm\sqrt{-4}$ به شرط آنکه $x^2=a$ پس به طور کلی اگر

مثال از ریشه گیری

ریشه گیری در موارد زیر نیز کاربرد دارد مانند:

$$\checkmark (x-3)^2=25$$

این نیز یک معادله درجه دوم است که به راحتی با ریشه گیری قابل حل است

$$\checkmark x-3=\pm 5 \Rightarrow \{x-3=5, x-3=-5\} \Rightarrow x=8, x=-2$$

روش کلی برای حل معادله درجه دوم

- یا روش کلی یکی از مهمترین و رایج ترین راهها برای حل معادله درجه دوم میباشد که از رابطه زیر استفاده کنیم

Δ

$$\checkmark \Delta=b^2-4ac$$

اگر Δ بزرگتر از صفر باشد، پس نتیجه میگیریم معادله دو ریشه حقیق دارد که آنها را از رابطه زیر بدست می آوریم

$$\checkmark X = -b \pm \Delta - \sqrt{2a}$$

✓ اگر $\Delta = 0$ باشد، معادله یک جواب دارد که از رابطه زیر بدست می آید

$$\checkmark x = -b/2a$$

✓ و اگر $\Delta < 0$ کوچکتر از صفر باشد معادله ریشه حقیقی ندارد

✓ چند نکته کاربردی در مورد حل معادله درجه دوم

✓ اگر $b = 0$ باشد، بهترین روش ریشه گیری میباشد:

$$\checkmark ax^2 + c = 0 \quad x = \pm \sqrt{-c/a}$$

✓ به شرطی که: $c/a > 0$

✓ در روش تجزیه و روش کلی حتماً باید تمام متغیرها یکطرف برده شود و طرف دیگر صفر باشد

✓ اگر در یک معادله درجه دوم جمع ضرایب صفر باشد یعنی:

$$\checkmark a + b + c = 0$$

✓ آنگاه یکی از ریشه ها 1 و دیگری c/a

$$\checkmark x = 1, \quad x = c/a$$

✓ اگر در یک معادله درجه دوم جمع ضرایب به صورت زیر باشد:

$$\checkmark a + c = -b$$

✓ آنگاه به ریشه 1 - و دیگری $-c/a$

✓ اگر در معادله درجه دوم b زوج باشد، علاوه بر روش Δ از روش Δ' نیز میتوان استفاده کرد. پس داریم:

$$\checkmark b' = b/2, \quad \Delta' = (b/2)^2 - ac, \quad x = -b' \pm \sqrt{\Delta'}/a$$

✓ هرگاه در معادله درجه دومی a و c مختلف علامت باشند، معادله حتماً دو ریشه متمایز حقیقی دارد

(Δ بزرگتر از صفر).

✓ اگر $a = c$ باشد، آنگاه معادله دارای دو جواب معکوس هم است نکته ۵

✓ اگر $a = -c$ باشد، آنگاه معادله دارای دو جواب معکوس و قرینه هم است نکته ۶

✓ مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های یک معادله درجه دو

✓ مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های یک معادله درجه دو در حل مسائل از اهمیت خاصی برخوردار است.

✓ حاصلضرب ریشه ها را با p و حاصل جمع ریشه ها را با s

✓ نمایش میدهند.

✓ $s = x_1 + x_2 = -b/a$

✓ $p = x_1 \times x_2 = c/a$