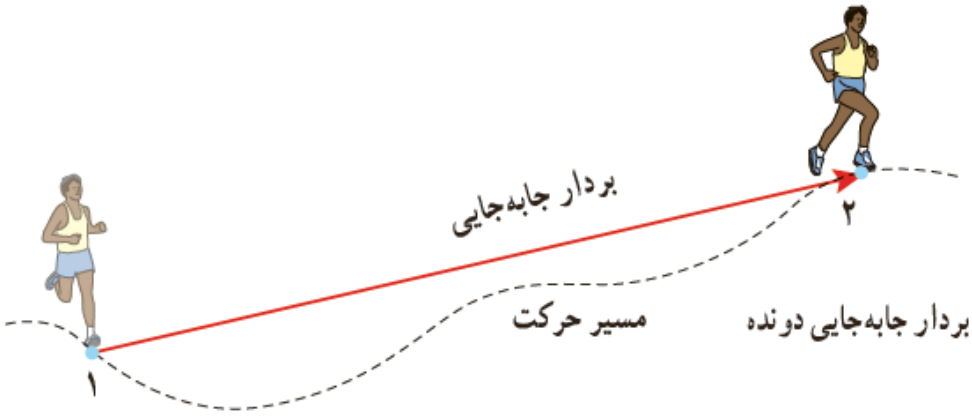
حرکت بر خط راست

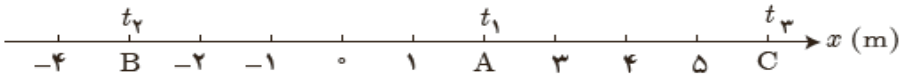
۱ـ۱ شناخت حرکت

مسافت و جابه‌جایی : شکل ۱ـ۱ مسیر حرکت دونده‌ای را از مکان ۱ تا مکان ۲ نشان می‌دهد. طول این مسیر، مسافت پیموده شده یا به‌اختصار **مسافت** نامیده می‌شود. همچنین پاره‌خط جهت‌داری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می‌کند **بردار جابه‌جایی** نامیده می‌شود.



شکل ۱ـ۱ مسیر حرکت و بردار جابه‌جایی دونده

۲. متحرکی مطابق شکل در لحظهٔ t_1 در نقطهٔ A، در لحظهٔ t_2 در نقطهٔ B و در لحظهٔ t_3 در نقطهٔ C قرار دارد.



الف) بردارهای مکان متحرک را در هر یک از این لحظه‌ها روی محور x رسم کنید و برحسب بردار یکه بنویسید.

ب) بردار جابه‌جایی متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی t_1 تا t_2، t_2 تا t_3 و t_1 تا t_3 به‌دست آورید.

جسمی را به طنابی به طول L بسته‌ایم و در یک صفحهٔ افقی روی مسیر دایره‌ای می‌چرخانیم. در مدتی که جسم $\frac{1}{3}$ از محیط دایره را طی می‌کند، مسافتی به اندازهٔ ۱۰ متر پیموده است. جابه‌جایی جسم در این مدت چند متر است؟ ($\pi \simeq 3$)

۱) ۵ ۲) $10\sqrt{3}$ ۳) ۱۰ ۴) $5\sqrt{3}$

معادلهٔ مکان ـ زمان جسمی در SI به‌صورت $x = -t^2 + 4t - 4$ است. در فاصلهٔ زمانی بین $t_1 = 0$ و $t_2 = 4s$ مسافت طی‌شده توسط جسم چند متر است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۸)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

تندی متوسط و سرعت متوسط : اگر متحرکی مانند دوندهٔ شکل ۱ــ۱ در مدت زمان Δt از مکان ۱ به مکان ۲ برود و مسافت و بردار جابه‌جایی بین این دو مکان را به ترتیب با l و $\vec{d}$ نشان دهیم، همان‌طور که در علوم سال نهم دیدید، تندی متوسط و سرعت متوسط دونده به‌صورت زیر تعریف می‌شوند [۱] :

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \qquad \text{(تندی متوسط)} \qquad (۱ــ۱)$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \qquad \text{(سرعت متوسط)} \qquad (۱ــ۲)$$

همان‌طور که دیده می‌شود تندی متوسط، کمیتی نرده‌ای و سرعت متوسط، کمیتی برداری[۲] است و یکای SI آنها، متر بر ثانیه (m/s) است که می‌توان آنها را برحسب یکاهای دلخواه دیگری مانند کیلومتر بر ساعت (km/h) نیز بیان کرد.

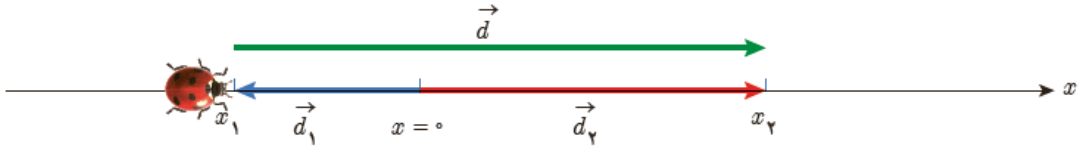
مثال ۱ــ۲

کفش‌دوزکی که در جهت محور x در حرکت است، در لحظه‌های $t_۱ = ۰\,s$ و $t_۲ = ۷۴\,s$ به ترتیب از مکان‌های $x_۱ = -۲۸\,cm$ و $x_۲ = ۵۴\,cm$ می‌گذرد.

الف) بردارهای مکان در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ و بردار جابه‌جایی کفش‌دوزک در این بازهٔ زمانی را رسم کنید.

ب) سرعت متوسط کفش‌دوزک را در این بازهٔ زمانی پیدا کنید.

پاسخ : الف)



ب) چون کفش‌دوزک در راستای خط راست حرکت می‌کند، سرعت متوسط آن برابر است با :

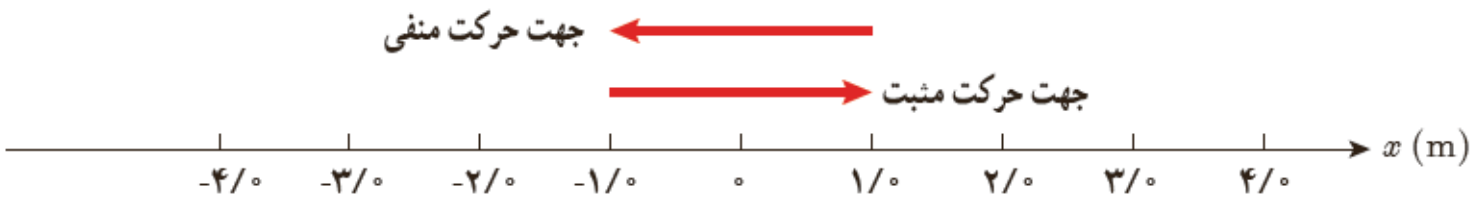
$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱}\vec{i} = \frac{۵۴\,cm - (-۲۸\,cm)}{۷۴\,s - ۰\,s}\vec{i} = (۱/۱\,cm/s)\,\vec{i}$$

تمرین ۱ــ۱

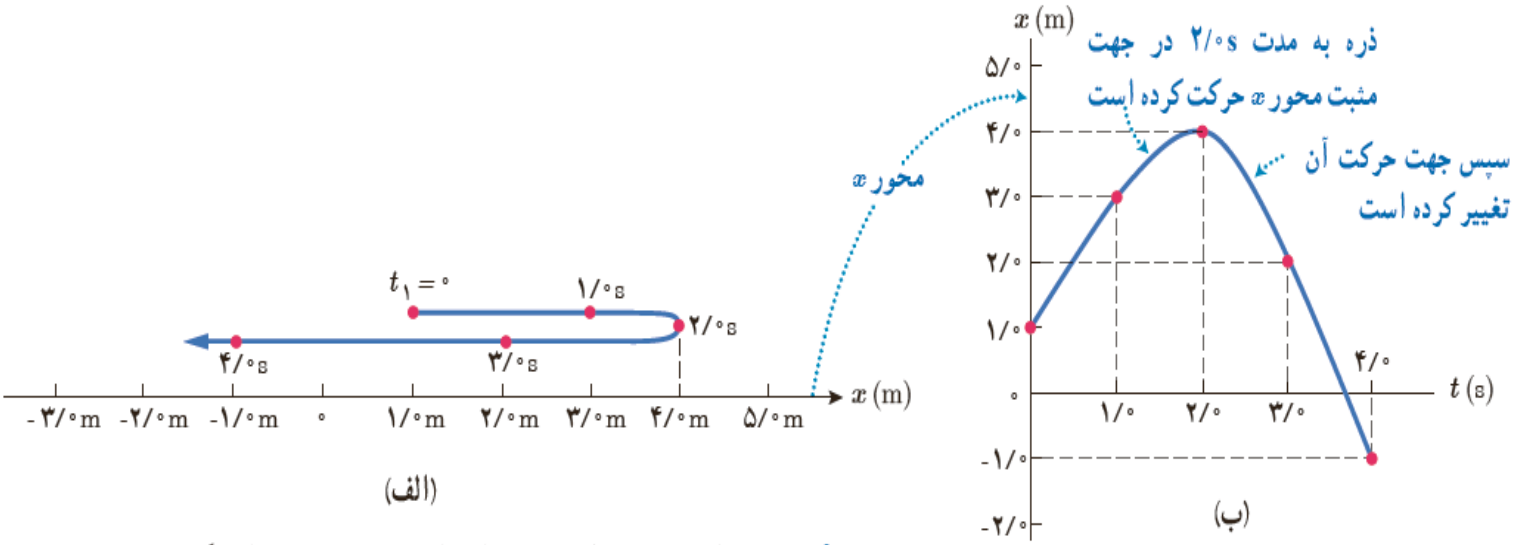
جدول زیر را کامل کنید. فرض کنید هر چهار متحرک در مدت زمان ۴/۰ s فاصلهٔ بین مکان آغازین و مکان پایانی را طی می‌کنند.

	مکان آغازین	مکان پایانی	بردار جابه‌جایی	سرعت متوسط	جهت حرکت
متحرک A	$(-۲/۰\,\mathrm{m})\,\vec{i}$	$(۶/۴\,\mathrm{m})\,\vec{i}$			
متحرک B		$(-۲/۵\,\mathrm{m})\,\vec{i}$	$(-۵/۶\,\mathrm{m})\,\vec{i}$		
متحرک C	$(۲/۰\,\mathrm{m})\,\vec{i}$	$(۸/۶\,\mathrm{m})\,\vec{i}$			
متحرک D	$(-۱/۴\,\mathrm{m})\,\vec{i}$			$(۲/۴\,\mathrm{m/s})\,\vec{i}$	

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \text{(رابطهٔ سرعت متوسط برای حرکت در راستای محور } x\text{)} \qquad (۴ــ۱)$$

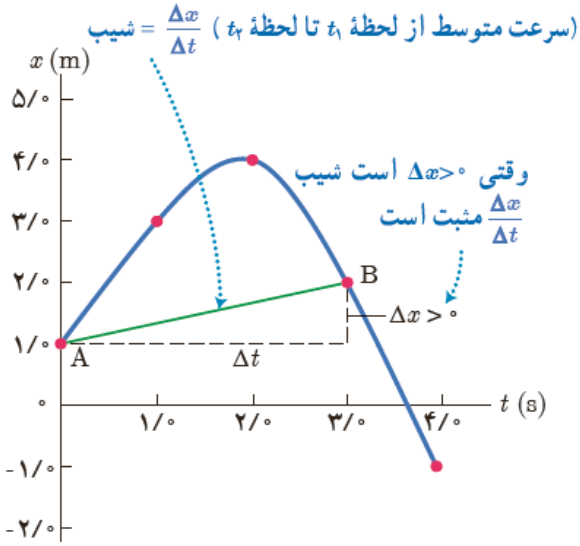


نمودار مکان – زمان:



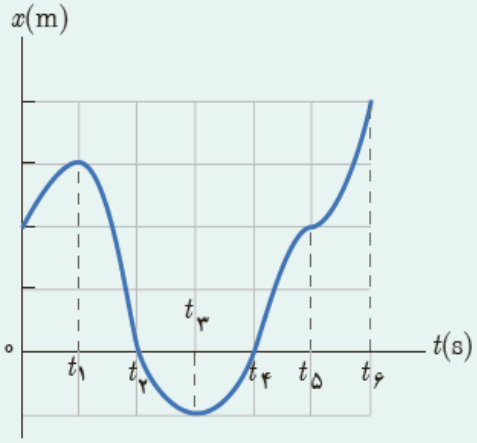
شکل ۱ــ۴ الف) مسیر حرکت ذره در امتداد محور x. ب) نمودار مکان ــ زمان متحرک

تعیین سرعت متوسط به کمک نمودار مکان ــ زمان : دوباره به نمودار شکل ۱ــ۴ که پاره‌خط بین دو نقطهٔ دلخواه آن مطابق شکل ۱ــ۵ رسم شده است توجه کنید. همان‌طور که از درس ریاضی می‌دانید نسبت $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ برابر شیب پاره‌خطی است که دو نقطهٔ A و B را به هم وصل می‌کند. از سوی دیگر با توجه به رابطهٔ ۱ــ۴ می‌دانیم که این نسبت برابر سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 است. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان ــ زمان را به یکدیگر وصل می‌کند.



شکل ۱ــ۵ سرعت متوسط بین دو لحظهٔ $t_1=0$ و $t_2=3s$

پرسش ۱ــ۳



با توجه به نمودار مکان ــ زمان شکل روبه‌رو به پرسش‌های زیر پاسخ دهید :

الف) متحرک چند بار از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

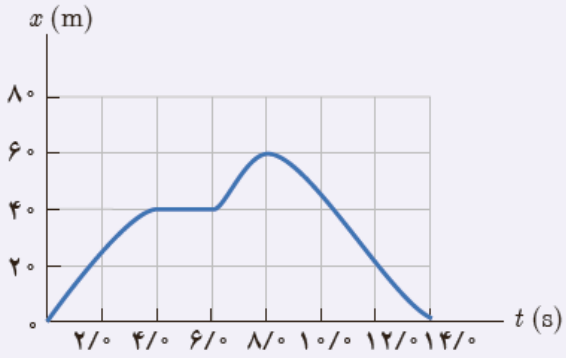
ب) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال دور شدن از مبدأ است؟

پ) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است؟

ت) جهت حرکت چند بار تغییر کرده است؟ در چه لحظه‌هایی؟

ث) جابه‌جایی کل در جهت محور x است یا خلاف آن؟

تمرین ۱ــ۲



شکل روبه‌رو نمودار مکان ــ زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که روی مسیری مستقیم در حال حرکت است.

الف) در کدام لحظه‌ای دوچرخه‌سوار بیشترین فاصله از مبدأ را دارد؟

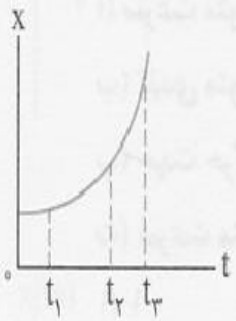
ب) در کدام بازه‌های زمانی دوچرخه‌سوار در جهت محور x حرکت می‌کند؟

پ) در کدام بازهٔ زمانی دوچرخه‌سوار در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟

ت) در کدام بازهٔ زمانی، دوچرخه‌سوار ساکن است؟

ث) تندی متوسط و سرعت متوسط دوچرخه‌سوار را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰/۰s تا ۲/۰s، ۴/۰s تا ۶/۰s، ۲/۰s تا ۵/۰s، ۸/۰s تا ۱۴/۰s، ۰/۰s تا ۱۴/۰s حساب کنید.

نمودار مکان ـ زمان متحرکی سهمی و مطابق شکل است. سرعت متوسط متحرک در کدام بـازهٔ زمانی بیش‌تر است؟ (سراسری ریاضی- ۸۵)



۱) صفر تا t_1

۲) t_1 تا t_3

۳) t_2 تا t_3

۴) بستگی به اندازهٔ فاصله‌های زمانی دارد.

معادلهٔ حرکت متحرکی در SI به‌صورت $x = ۰/۲۵ + \sin \pi t$ است. سرعت متوسط آن در ۵ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) صفر

۲) ۰/۰۵

۳) ۰/۲۵

۴) ۰/۱۵

تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای : تندی متحرک در هر لحظه از زمان را **تندی لحظه‌ای** می‌نامند. اگر هنگام گزارش تندی لحظه‌ای، به جهت حرکت متحرک نیز اشاره شود، در واقع **سرعت لحظه‌ای** ($\vec{v}$) آن را، که کمیتی برداری است بیان کرده‌ایم. برای مثال وقتی درون خودرویی به طرف شمال در حال حرکت باشید و در نقطه‌ای از مسیر، عقربهٔ تندی‌سنج خودروی شما روی $100\ km/h$ باشد (شکل ۱ــ۶)، تندی لحظه‌ای خودرو برابر $100\ km/h$ و سرعت لحظه‌ای آن $100\ km/h$ به‌طرف شمال است. برای سادگی، بیشتر وقت‌ها سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای را به‌ترتیب به‌صورت سرعت و تندی بیان می‌کنند. از آنجا که در ادامهٔ این فصل تنها حرکت اجسام بر خط راست بررسی می‌شود، سرعت لحظه‌ای متحرک را در حل مسئله‌ها به‌جای بردار $\vec{v}$ به‌صورت v به کار می‌بریم. هر گاه متحرک در جهت مثبت محور x حرکت کند v مثبت است و هر گاه در جهت منفی محور حرکت کند v منفی است.

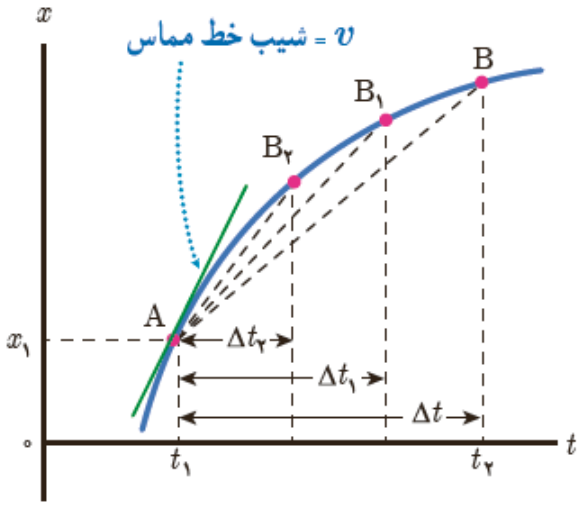
شکل ۱ــ۶ عقربهٔ تندی‌سنج، تندی لحظه‌ای خودرو را نشان می‌دهد و هیچ گونه اطلاعی در خصوص جهت حرکت خودرو به ما گزارش نمی‌کند.

پرسش ۱ــ۴

از روی نمودار مکان ــ زمان توضیح دهید در چه صورت سرعت لحظه‌ای متحرک همواره با سرعت متوسط آن برابر است.

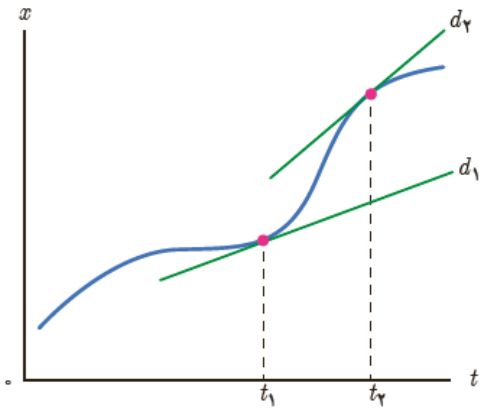
تعیین سرعت لحظه‌ای به کمک نمودار مکان ــ زمان

: سرعت در هر لحظهٔ دلخواه t، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان ــ زمان در آن لحظه است.



شکل ۱ــ۷ با کوچک شدن تدریجی Δt، نقطهٔ B به نقطهٔ A نزدیک می‌شود. در این صورت خط واصل بین این دو نقطه، در حالتی که بازهٔ زمانی Δt خیلی خیلی کوچک شود، به خط مماس بر منحنی در نقطهٔ A میل می‌کند. به این ترتیب شیب این خط، برابر با سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 است.

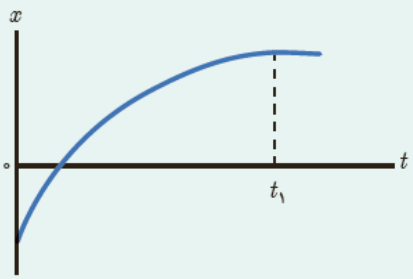
مثال ۱ــ۷



شکل روبه‌رو نمودار مکان ــ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. d_1 و d_2 خط‌های مماس بر منحنی را در دو لحظهٔ متفاوت نشان می‌دهند. در کدام لحظه سرعت متحرک بیشتر است؟

پاسخ : با توجه به شکل، شیب خط d_2 بیشتر از شیب خط d_1 است. بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 بیشتر از سرعت آن در لحظهٔ t_1 است ($v_2 > v_1$). توجه کنید که شیب هر دو خط مثبت است و بنابراین سرعت نیز در هر دو لحظه مثبت، یعنی در جهت محور x است.

پرسش ۱ــ۵

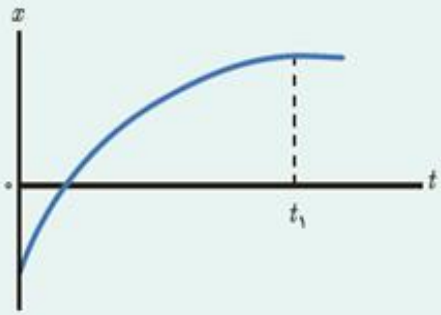


شکل روبه‌رو نمودار مکان ــ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است.

الف) از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ t_1 سرعت متحرک رو به افزایش است یا کاهش؟

ب) اگر در لحظهٔ t_1 خط مماس بر منحنی موازی محور زمان باشد، سرعت متحرک در این لحظه چقدر است؟

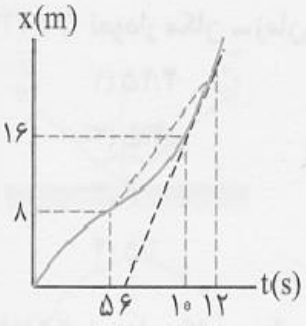
پرسش ۱ـ۵



شکل روبه‌رو نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است.

الف) از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ t_1 سرعت متحرک رو به افزایش است یا کاهش؟

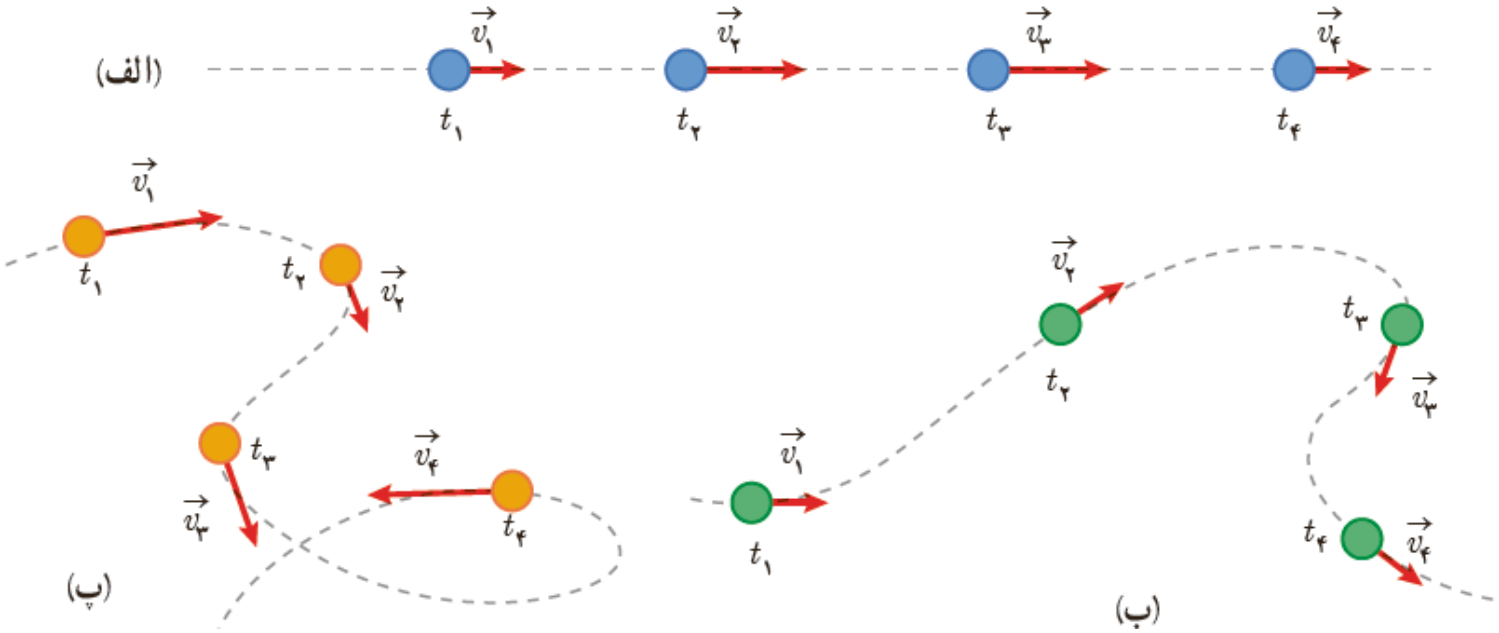
ب) اگر در لحظهٔ t_1 خط مماس بر منحنی موازی محور زمان باشد، سرعت متحرک در این لحظه چقدر است؟



نمودار مکان‌ـ زمان متحرکی بر مسیر مستقیم به‌صورت شکل مقابل است. اگر سرعت متحـرک در لحظهٔ $t = ۱۰s$ برابر سرعت متوسط آن بین دو لحظهٔ $t_1 = ۵s$ و $t_2 = ۱۲s$ باشـد، متحـرک در لحظهٔ $t = ۱۲s$ در چند متری مبدأ می‌باشد؟

۱) ۲۸
۲) ۲۴
۳) ۳۶
۴) ۲۰

شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای : در علوم سال نهم دیدید که هرگاه سرعت جسمی تغییر کند حرکت آن شتاب‌دار است. با توجه به اینکه بردار سرعت در هر نقطه از مسیر، بر مسیر حرکت مماس است[1] تغییر سرعت جسم در نقاط مختلف مسیر حرکت می‌تواند به دلیل تغییر در اندازهٔ بردار سرعت (تندی) جسم باشد (شکل ۱ــ۸ الف)، یا می‌تواند به‌دلیل تغییر در جهت بردار سرعت آن باشد (شکل ۱ــ۸ ب)، یا همچنین می‌تواند به‌دلیل تغییر در اندازه و جهت بردار سرعت متحرک باشد (شکل ۱ــ۸ پ).



شکل ۱ــ۸ وقتی سرعت جسمی (الف) به‌دلیل تغییر اندازهٔ آن، (ب) به‌دلیل تغییر جهت آن و (پ) به‌دلیل تغییر اندازه و جهت آن تغییر کند، حرکت جسم شتاب‌دار است.

شتاب متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواه t_1 تا t_2 به‌صورت رابطهٔ ۱ــ۵ تعریف می‌شود که در آن $\vec{v}_1$ سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 و $\vec{v}_2$ سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 است. همان‌طور که دیده می‌شود شتاب متوسط ($\vec{a}_{av}$)، کمیتی برداری و هم‌جهت با بردار تغییر سرعت ($\Delta\vec{v}$) است[1]. یکای SI شتاب متوسط، متر بر مربع ثانیه (m/s^2) است.

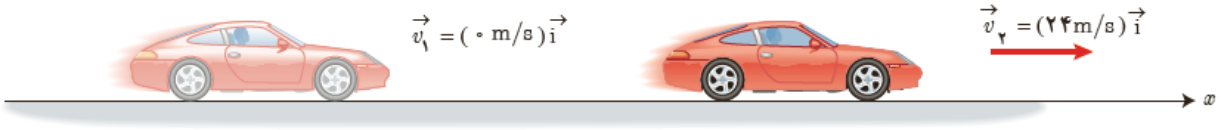
$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \qquad \text{(شتاب متوسط)} \qquad (۱ــ۵)$$

۱. بردار شتاب متحرک در جابه‌جایی بین دو نقطه ثابت است. در این صورت .....

۱) مسیر حرکت سهمی است.
۲) مسیر حرکت خط راست است.
۳) جهت بردار جابه‌جایی ثابت است.
۴) جهت بردار تغییرات سرعت ثابت است.

مثال ۱ــ۸

خودرویی از حال سکون در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند. پس از ۱۲s، سرعت خودرو به ۲۴m/s در جهت محور x می‌رسد. شتاب متوسط خودرو را در این بازهٔ زمانی به‌دست آورید.



پاسخ: از رابطهٔ ۱ــ۵، داریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{(24\ m/s)\vec{i} - 0 m/s}{12s - 0s} = (2\ m/s^2)\vec{i}$$

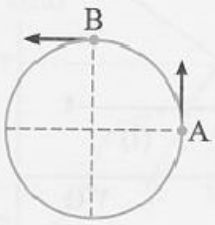
همان‌طور که دیده می‌شود، اندازهٔ شتاب متوسط خودرو $2/0 m/s^2$ و شتاب در جهت محور x است.

اگر متحرک در یک راستا حرکت کند رابطهٔ ۱ــ۵ را می‌توان به‌صورت زیر به‌کار برد ولی با توجه به ماهیت برداری v_1 و v_2 باید به علامت‌های جبری آنها که نشان‌دهندهٔ جهت آنهاست توجه کنیم.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$ (۱ــ۶) (شتاب متوسط در حرکت بر خط راست)

شتاب متوسط متحرکی که در مدت ۰/۵ ثانیه از سرعت ۱cm/s به ۹۹cm/s می‌رسد، در SI برابر است با:

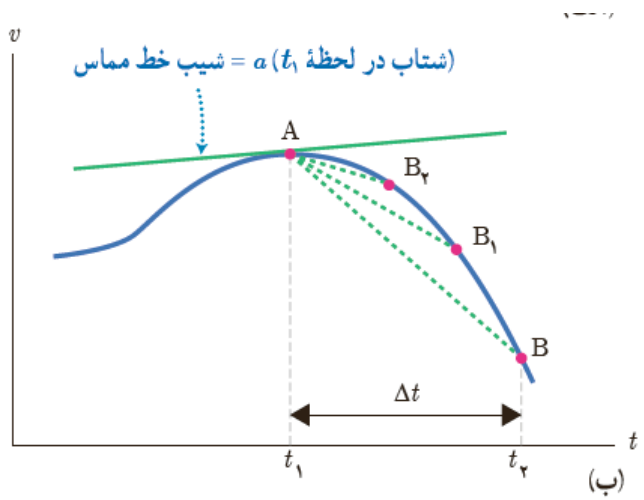
۱) ۱/۹۶ ۲) ۲ ۳) ۱۹۶ ۴) ۲۰۰

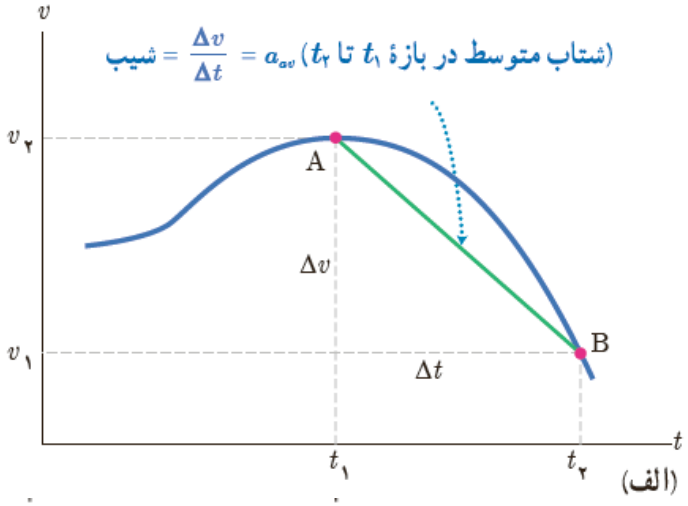


جسمی با تندی ثابت $4m/s$ در مدت ۲ ثانیه از نقطهٔ A تا نقطهٔ B روی محیط دایـره‌ای جابـه‌جا می‌شود. شتاب متوسط در این مدت چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۴
۲) $2\sqrt{2}$
۳) ۲
۴) صفر

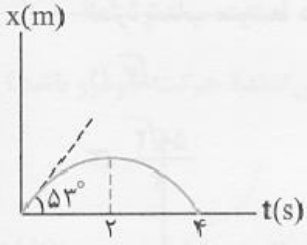
تعیین شتاب متوسط و لحظه‌ای به کمک نمودار سرعت ــ زمان :





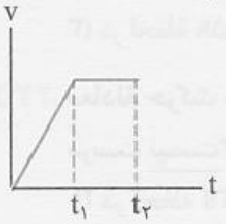
شکل ۱ــ۹ (الف) شتاب متوسط بین دو لحظهٔ t_1 و t_2
(ب) شتاب متحرک در لحظهٔ t_1

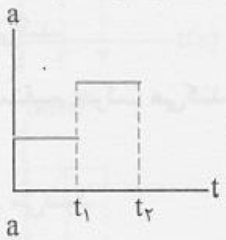
نمودار مکان‌ــزمان حرکت جسمی مطابق شکل است. شتاب متوسط جسم در دو ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟

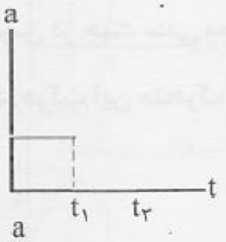


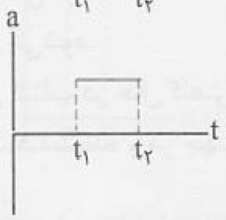
۱) $+\frac{2}{3}$
۲) $-\frac{1}{3}$
۳) $-\frac{2}{3}$
۴) $+\frac{1}{3}$

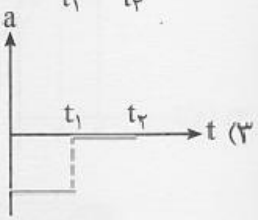
نمودار سرعت ـ زمان حرکت خودرویی مطابق شکل است. نمودار شتاب ـ زمان آن کدام‌یک از شکل‌های زیر خواهد بود؟



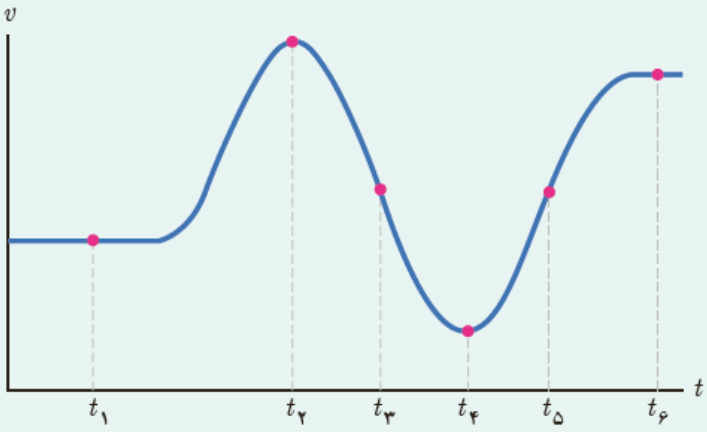
۲)


۱)


۴)


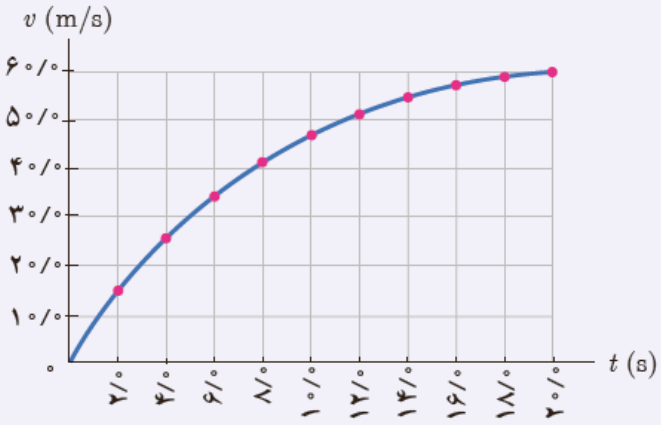
۳)


پرسش ۱ـ۶



شکل روبه‌رو نمودار سرعت ـ زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. جهت شتاب دوچرخه‌سوار را در هر یک از لحظه‌های t_1، t_2، ... و t_6 تعیین کنید.

تمرین ۱ـ۴

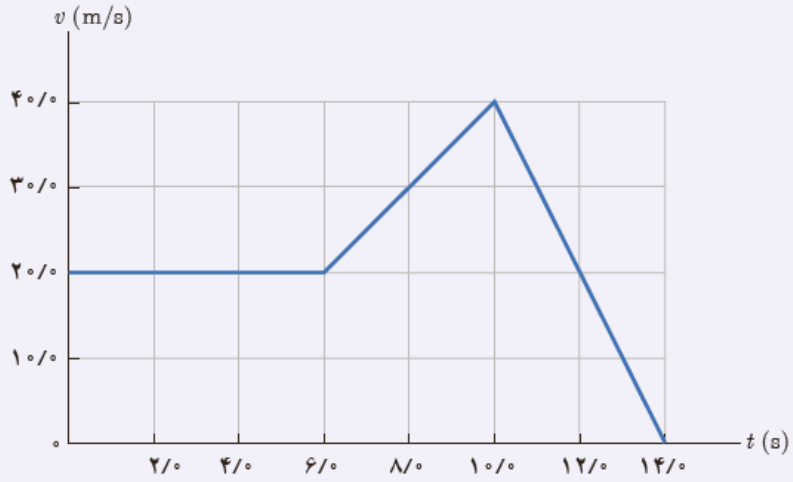


نمودار سرعت ـ زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازهٔ زمانی ۰/۰s تا ۲۰/۰s مطابق شکل روبه‌رو است.

الف) شتاب متوسط خودرو در این بازهٔ زمانی چقدر است؟

ب) شتاب خودرو را در لحظهٔ $t = 8/0\,s$ به‌دست آورید.

تمرین ۱ـ۵

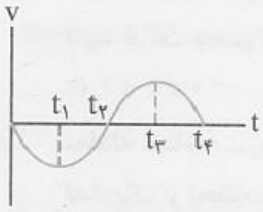


نمودار سرعت ـ زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۴/۰s مطابق شکل روبه‌رو است.

الف) شتاب متوسط خودرو در این بازهٔ زمانی چقدر است؟

ب) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه‌های $t = ۲/۰\,s$، $t = ۸/۰\,s$ و $t = ۱۱/۰\,s$ به‌دست آورید.

نمودار سرعت ـ زمان حرکت جسمی مطابق شکل است. در کدام بازهٔ زمانی شتاب حرکت جسم در جهت منفی محور است؟



۱) $۰ - t_۲$

۲) $t_۱ - t_۳$

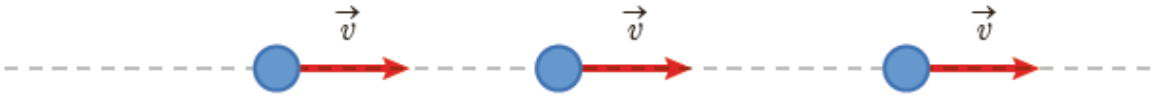
۳) $t_۳ - t_۴$

۴) $t_۲ - t_۴$

۱ــ۲ حرکت با سرعت ثابت

ساده‌ترین نوع حرکت، حرکت با سرعت ثابت است. در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است (شکل ۱ــ۱۰). پیش از این و در مثال ۱ــ۵، با نمونه‌ای از حرکت با سرعت ثابت آشنا شدیم. در این مثال شیب نمودار مکان ــ زمان متحرک در طول حرکت ثابت و در نتیجه سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواه، برابر سرعت لحظه‌ای آن است. در این صورت می‌توان نوشت :

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v\Delta t$$



شکل ۱ــ۱۰ در حرکت با سرعت ثابت، هم جهت سرعت و هم اندازهٔ آن (تندی) ثابت است.

اگر مطابق شکل ۱ــ۱۱ متحرک در لحظهٔ $t_1 = 0$ در مکان $x_1 = x_0$ و در لحظهٔ $t_2 = t$ در مکان $x_2 = x$ باشد، رابطهٔ اخیر را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد :

$$x - x_0 = v(t - 0)$$

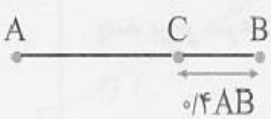
یا :

$$x = vt + x_0 \qquad \text{(معادلهٔ مکان ــ زمان در حرکت با سرعت ثابت)} \qquad (۱ــ۷)$$

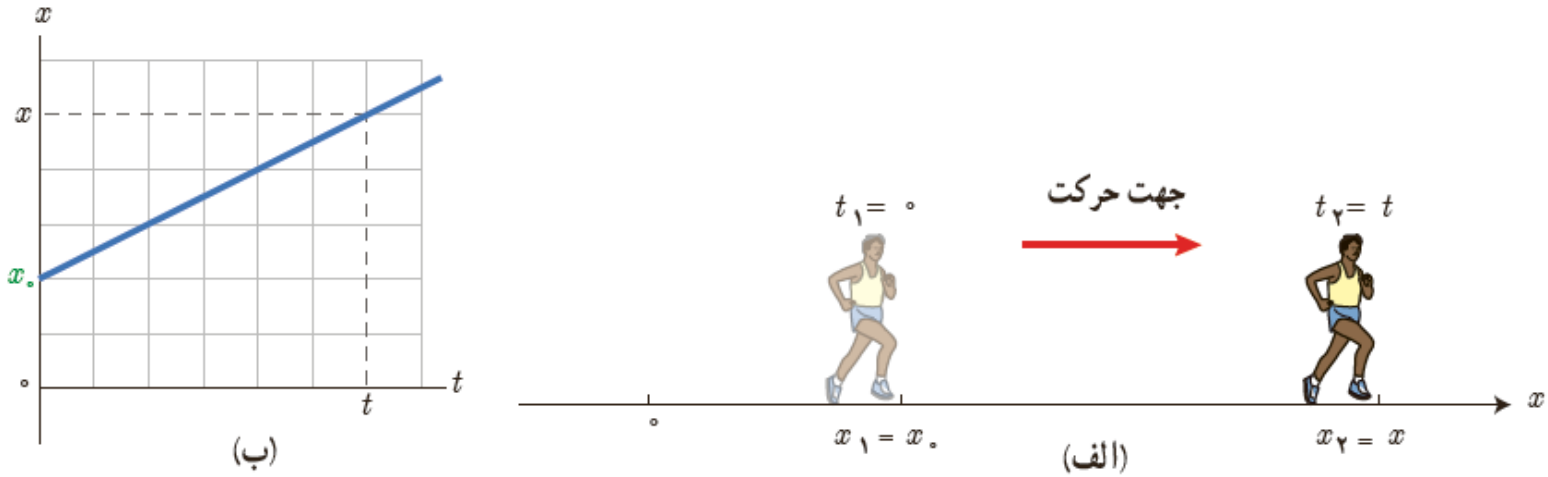
در معادلهٔ ۱ــ۷ معمولاً x_0 را که مکان متحرک در لحظهٔ $t = 0$ است مکان اولیهٔ متحرک می‌نامند. توجه کنید که مکان‌های x_0 و x می‌توانند مثبت، منفی یا صفر باشند. سرعت متحرک هم به‌دلیل ماهیت برداری آن، در صورتی که حرکت در جهت محور x باشد مثبت و در غیر این صورت منفی است.

دو متحرک هم‌زمان از نقاط A و B با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطهٔ C به هم می‌رسند. ۴۰ ثانیه پس از این، متحرک اول به B می‌رسد. چند ثانیه طول می‌کشد تا متحرک دوم از C به A برسد؟

(kg)

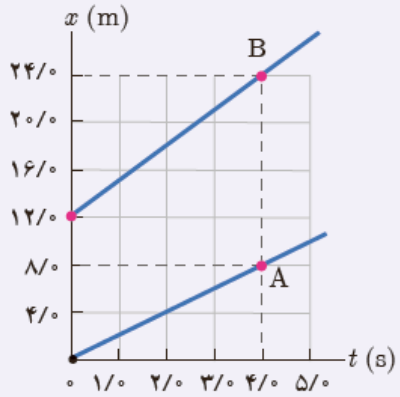


۱) معلومات کافی نیست.
۲) ۶۰
۳) ۸۰
۴) ۹۰



شکل ۱ــ۱۱ الف) مکان یک دونده در دو لحظهٔ متفاوت. ب) نمودار مکان ـ زمان دونده‌ای که در جهت محور x با سرعت ثابت می‌دود.

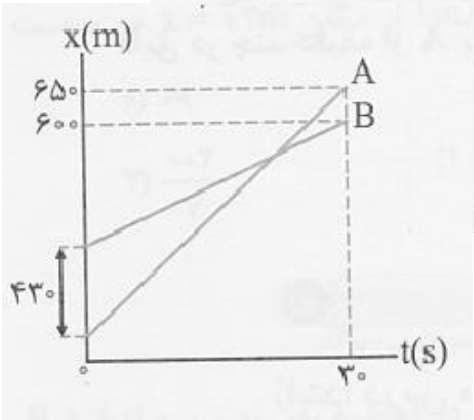
تمرین ۱ــ۶



شکل مقابل نمودار مکان ــ زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کنند.

سرعت هر متحرک را پیدا کنید و معادلهٔ مکان ــ زمان آنها را بنویسید.

نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B به‌صورت شکل روبه‌رو است. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه بیش‌تر از سرعت متحرک B است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۴)

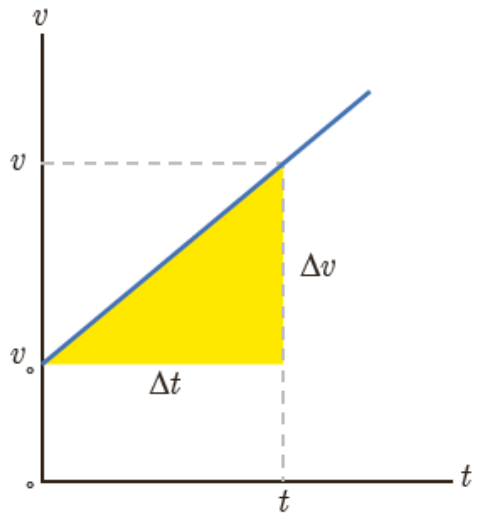


۱) ۱۲

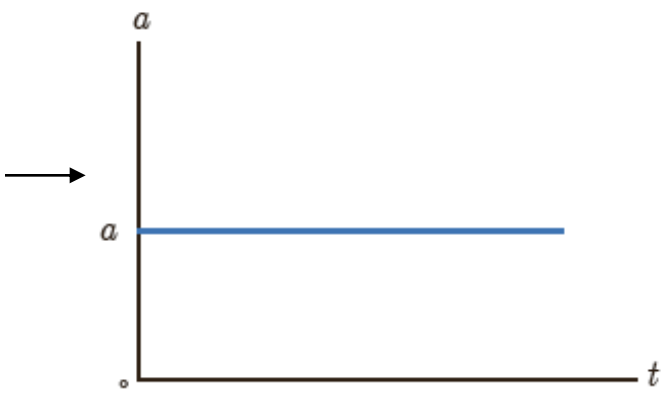
۲) ۱۲/۶

۳) ۱۶

۴) ۱۶/۳



شکل ۱ـ۱۲ نمودار vـt در حرکت با شتاب ثابت با فرض مثبت بودن v_0 و a



شکل ۱ـ۱۳ نمودار aـt در حرکت با شتاب ثابت با فرض مثبت بودن a

سوال : با توجه به دو نکته زیر معادلاتی برای حرکت با شتاب ثابت بنویسید.

نکته ۱) شیب نمودار سرعت-زمان برابر .....است.

نکته ۲)مساحت زیر نمودار سرعت-زمان برابر.....است.

$$v = at + v_0 \qquad \text{(معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت)} \qquad (۱ـ۸)$$

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \qquad \text{(معادلهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت)} \qquad (۱ـ۹)$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v + v_0}{2} = \frac{x - x_0}{t - 0} \Rightarrow x = (\frac{v + v_0}{2})t + x_0$$

تمرین ۱ــ۸

معادلهٔ سرعت ــ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند در SI به‌صورت $v=-۱/۸t+۲/۲$ است.

الف) سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۴/۰\,s$ چقدر است؟ ب) سرعت متوسط متحرک و جابه‌جایی آن در بازهٔ زمانی صفر تا $t=۴/۰\,s$ چقدر است؟ پ) نمودار سرعت ــ زمان این متحرک را رسم کنید.

معادلهٔ سرعت ــ زمان جسمی در SI به‌صورت $v = ۲t + v_۰$ است و سرعت متوسط آن در مدت ۳ ثانیهٔ اول حرکت برابر با ۱۲ متر بر ثانیه می‌باشد. $v_۰$ چند متر بر ثانیه است؟

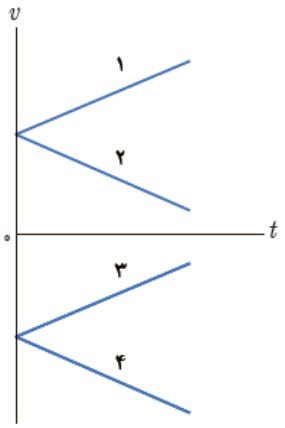
۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۹

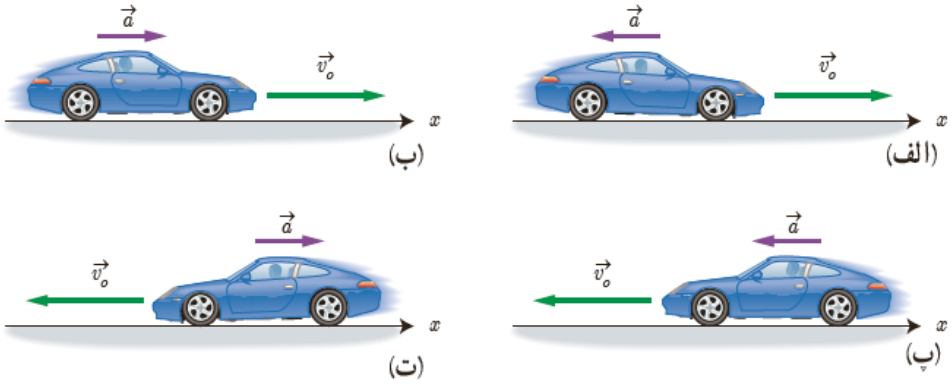
متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به حرکت درمی‌آید. اگر سرعت متوسط این متحرک در ۳ ثانیهٔ اول حرکت برابر $۶\,m/s$ باشد، سرعت آن در پایان ثانیهٔ چهارم چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

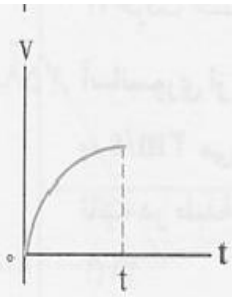
۱) ۲۴ ۲) ۱۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

فعالیت ۱ـ۲

در تمامی حالت‌های شکل زیر، خودروها در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت‌اند. حرکت هر یک از خودروها، توسط کدام‌یک از نمودارهای $v-t$ توصیف می‌شود؟ همچنین توضیح دهید تندی کدام خودرو در حال افزایش (حرکت تندشونده) و تندی کدام خودرو در حال کاهش (حرکت کُندشونده) است.



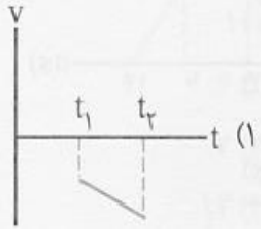


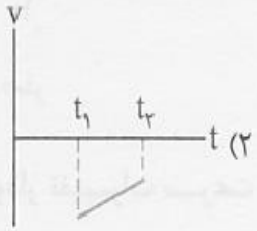


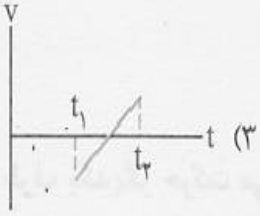
شکل مقابل نمودار سرعت ـ زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. حرکت آن در فاصلهٔ زمانی نشان داده‌شده در شکل چگونه است؟ (سراسری ریاضی- ۸۷)

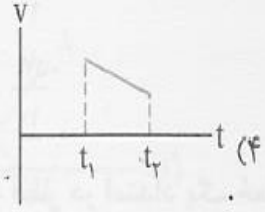
۱) کندشونده با شتاب ثابت
۲) تندشونده با شتاب ثابت
۳) کندشونده با شتاب متغیر
۴) تندشونده با شتاب متغیر

کدام نمودار مربوط به متحرکی است که در بازهٔ زمانی نشان داده‌شده، حرکتش پیوسته تندشونده است؟ (سراسری تجربی- ۹۰)

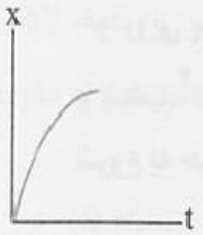
۱)


۲)


۳)


۴)


منحنی شکل مقابل که قسمتی از یک سهمی است، نمودار مکان ـ زمان حرکت متحرکی را نشان می‌دهد. نوع حرکت این متحرک کدام است؟ (kg)



۱) تندشونده با شتاب ثابت
۲) تندشونده با شتاب متغیر
۳) کندشونده با شتاب ثابت
۴) کندشونده با شتاب متغیر

معادلهٔ مکان ــ زمان در حرکت با شتاب ثابت : اگر جسمی که با شتاب ثابت و در امتداد محور x حرکت می‌کند در $t=۰$ در مکان $x_۰$ و دارای سرعت $v_۰$ باشد، در این صورت از رابطه‌های ۱ــ۴ و ۱ــ۹ داریم :

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\frac{v+v_۰}{۲}=\frac{x-x_۰}{t-۰}\Rightarrow x=(\frac{v+v_۰}{۲})t+x_۰$$

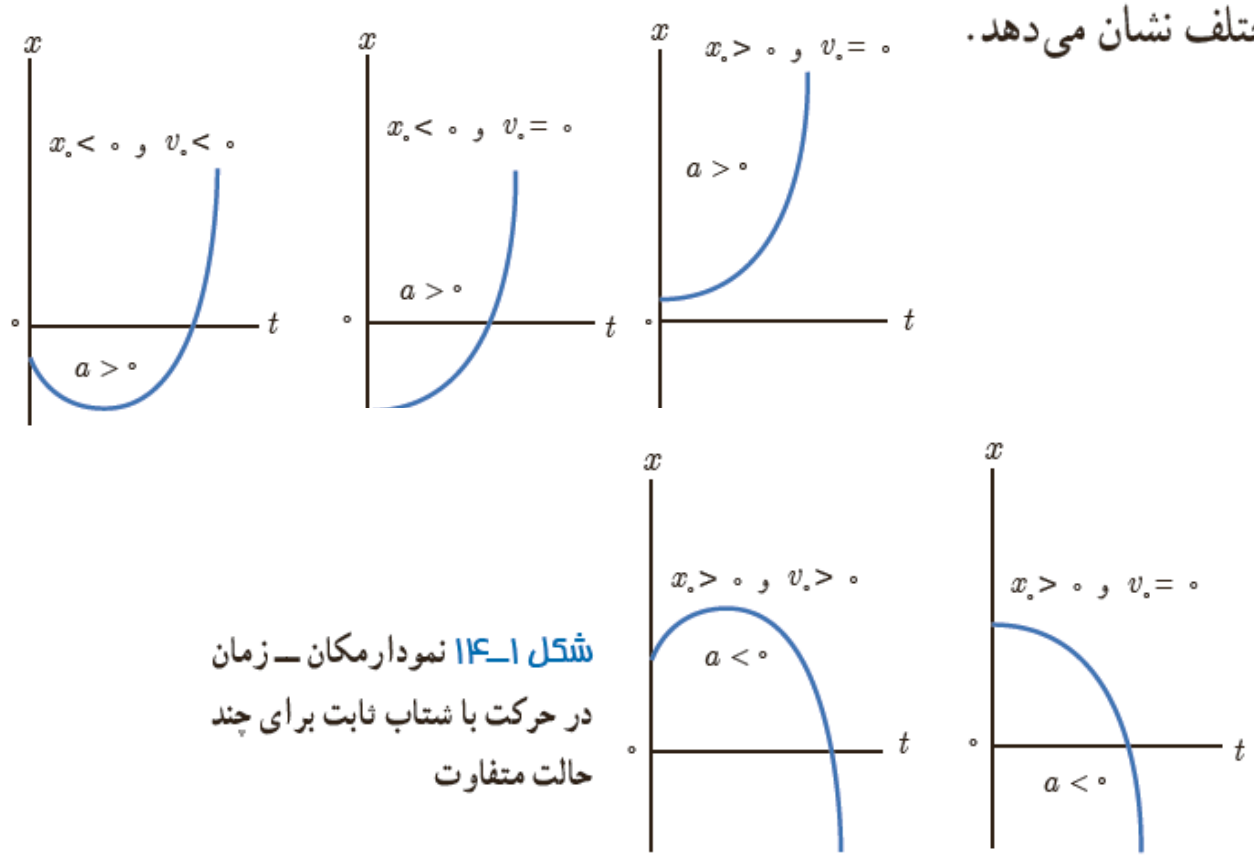
با قرار دادن رابطهٔ ۱ــ۸ در معادلهٔ بالا داریم :

$$x=(\frac{at+v_۰+v_۰}{۲})t+x_۰$$

با ساده‌سازی این رابطه خواهیم داشت :

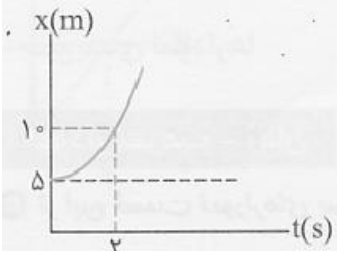
$$x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_۰t+x_۰ \qquad \text{(معادلهٔ مکان ــ زمان در حرکت با شتاب ثابت)} \qquad (۱ــ۱۰)$$

همان‌طور که دیده می‌شود در این نوع حرکت، مکان متحرک تابعی درجهٔ دوم از زمان است. با رسم تابع‌های درجهٔ دوم در ریاضی ۱ پایهٔ دهم آشنا شدید. شکل ۱ــ۱۴ نمودار $x-t$ را برای چند حالت مختلف نشان می‌دهد.



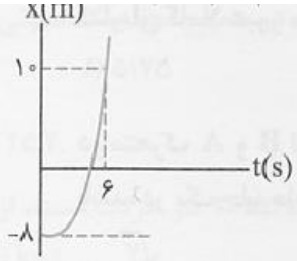
شکل ۱ــ۱۴ نمودار مکان ــ زمان در حرکت با شتاب ثابت برای چند حالت متفاوت

نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند قسمتی از سهمی به شکل مقابل است. شتاب حرکت آن چند m/s^2 است؟



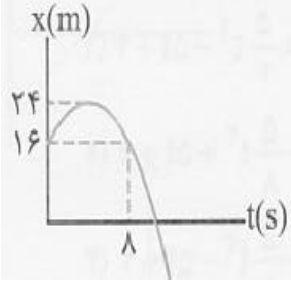
۱) ۰/۴
۲) ۱/۲۵
۳) ۰/۸
۴) ۲/۵

نمودار مکان ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x شروع به حرکت می‌کند مطابق شکل است. سرعت متحرک در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ محور عبور کرده است، چند m/s است؟ (سراسری ریاضی- ۸۴)

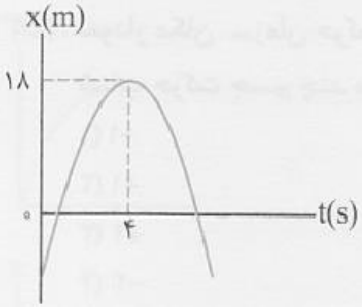


۱) صفر
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۸

نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو به‌صورت سهمی است. در بازهٔ زمانی ۰ تا ۸ ثانیه بزرگی شتاب متوسط و سرعت متوسط در SI، کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۹۷)



۱) ۱ ، صفر
۲) ۲، صفر
۳) ۱ ، ۱
۴) ۲ ، ۲



نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل به‌صورت یک سهمی است. چند ثانیه پس از لحظهٔ $t = ۰$، بزرگی سرعت متحرک برابر بزرگی سرعت اولیهٔ آن می‌شود؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۳)

۱) ۶

۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹

معادلهٔ سرعت ــ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت : اگر هنگام بررسی حرکت جسمی، زمان t معلوم نباشد، می‌توان از معادلهٔ سرعت ــ جابه‌جایی برای پیدا کردن یکی از کمیت‌های جابه‌جایی Δx، سرعت اولیه v_0، سرعت v، یا شتاب a متحرک استفاده کرد. برای به‌دست آوردن این معادله از رابطه‌های ۱ــ۴ و ۱ــ۹ شروع می‌کنیم. به این ترتیب مشابه آنچه هنگام به‌دست آوردن معادلهٔ مکان ــ زمان دیدیم می‌توان نوشت :

$$x = (\frac{v + v_0}{2})t + x_0$$

با به‌دست آوردن t از معادلهٔ ۱ــ۸ و قرار دادن آن در رابطهٔ بالا داریم :

$$x = (\frac{v + v_0}{2})(\frac{v - v_0}{a}) + x_0$$

در این صورت داریم :

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \qquad \text{(معادلهٔ سرعت ــ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت)} \qquad (۱ــ۱۱)$$

اگرچه این رابطه را برای بازهٔ زمانی صفر تا t به‌دست آوردیم، برای هر بازهٔ زمانی دلخواه t_1 تا t_2 نیز می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم که در آن x_1 و v_1 متناظر با لحظهٔ t_1 و همچنین x_2 و v_2 متناظر با لحظهٔ t_2 هستند.

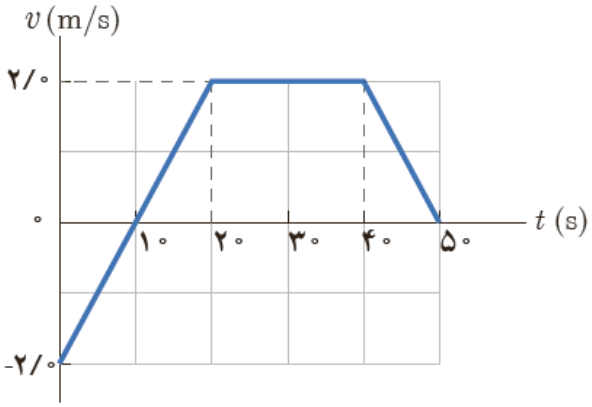
$$v_2^2 = v_1^2 + 2a(x_2 - x_1)$$

متحرکی با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه از نقطهٔ A به حرکت درمی‌آید و در ادامهٔ مسیر به نقطهٔ B و سپس C می‌رسد و فاصلهٔ ۱۲۰ متری BC را در مدت ۱۰ ثانیه طی می‌کند. اگر سرعت متحرک در نقطهٔ C، ۲۰m/s باشد، فاصلهٔ بین A و B چند متر است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور-۸۹)

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۲/۵

مثال ۱ــ ۱۴



متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند در لحظهٔ $t=۰$ از مکان $x_۰=۰$ می‌گذرد. نمودار سرعت ــ زمان این متحرک مطابق شکل روبه‌رو است.

الف) متحرک در کدام بازهٔ زمانی، در جهت محور x و در کدام بازهٔ زمانی در خلاف جهت محور x حرکت کرده است؟

ب) در چه لحظه یا لحظه‌هایی جهت حرکت متحرک تغییر کرده است؟

پ) با توجه به نمودار سرعت ــ زمان توضیح دهید در کدام بازه‌های زمانی حرکت جسم تندشونده و یا کُندشونده است.

ت) مکان متحرک را در هر یک از لحظه‌های $t_۱=۱۰\,s$، $t_۲=۲۰\,s$، $t_۳=۴۰\,s$ و $t_۴=۵۰\,s$ پیدا کنید و روی محور x نشان دهید.

ث) مسیر حرکت متحرک را رسم کنید و با توجه به آن، جابه‌جایی و مسافت طی شده را در کل زمان حرکت پیدا کنید.

ج) مساحت سطح زیر نمودار $v-t$ را حساب کنید و مقدار آن را با جابه‌جایی متحرک در قسمت قبل مقایسه کنید. مساحت بخشی از سطح را که زیر محور است منفی بگیرید.

پاسخ : الف) با توجه به نمودار، در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱=۱۰\,s$، سرعت متحرک منفی است و بنابراین در جهت منفی محور x حرکت کرده است. همچنین در بازهٔ زمانی $t_۱=۱۰\,s$ تا $t_۴=۵۰\,s$، سرعت متحرک مثبت است و بنابراین در جهت مثبت محور x حرکت کرده است.

ب) تنها در لحظهٔ $t_۱=۱۰\,s$ علامت سرعت و در نتیجه جهت حرکت متحرک تغییر کرده است.

پ) در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱=۱۰\,s$، تندی در حال کاهش و در نتیجه حرکت کُندشونده است.

در بازهٔ زمانی $t_۱=۱۰\,s$ تا $t_۲=۲۰\,s$، تندی در حال افزایش و در نتیجه حرکت تندشونده است.

در بازهٔ زمانی $t_۲=۲۰\,s$ تا $t_۳=۴۰\,s$، حرکت با سرعت ثابت است.

در بازهٔ زمانی $t_۳=۴۰\,s$ تا $t_۴=۵۰\,s$، تندی در حال کاهش و در نتیجه حرکت کُندشونده است.

ت) در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۲=۲۰\,s$ حرکت با شتاب ثابت است. به این ترتیب از معادلهٔ ۱ــ۸ داریم :

$$v = at + v_۰ \Rightarrow (-۲/۰\,m/s) = a(۲۰\,s) + (۲/۰\,m/s) \Rightarrow a = -۰/۲۰\,m/s^۲$$

در این صورت با توجه به معادلهٔ ۱ــ۱۰، در لحظهٔ $t_۱=۱۰\,s$ داریم :

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow x_۱ = \frac{۱}{۲}(-۰/۲۰\,m/s^۲)(۱۰\,s)^۲ + (۲/۰\,m/s)(۱۰\,s) + ۰ \Rightarrow x_۱ = -۱۰\,m$$

در لحظهٔ $t_۲ = ۲۰\,s$ داریم :

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow x_۲ = \frac{۱}{۲}(۰/۲۰\,m/s^۲)(۲۰\,s)^۲ + (-۲/۰\,m/s)(۲۰\,s) + ۰ \Rightarrow x_۲ = ۰$$

در بازهٔ زمانی $۲۰\,s$ تا $۴۰\,s$، حرکت با سرعت ثابت روی خط راست است. به این ترتیب با توجه به معادلهٔ ۱ــ۷، جابه‌جایی در این بازهٔ زمانی برابر است با :

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = (۲/۰\,m/s)(۴۰\,s - ۲۰\,s) = ۴۰\,m$$

در نتیجه متحرک در لحظهٔ $t_۳ = ۴۰\,s$ در مکان $x_۳ = x_۲ + \Delta x = ۰ + ۴۰\,m = ۴۰\,m$ قرار دارد.

در بازهٔ زمانی $۴۰\,s$ تا $۵۰\,s$، حرکت با شتاب ثابت است. به این ترتیب داریم :

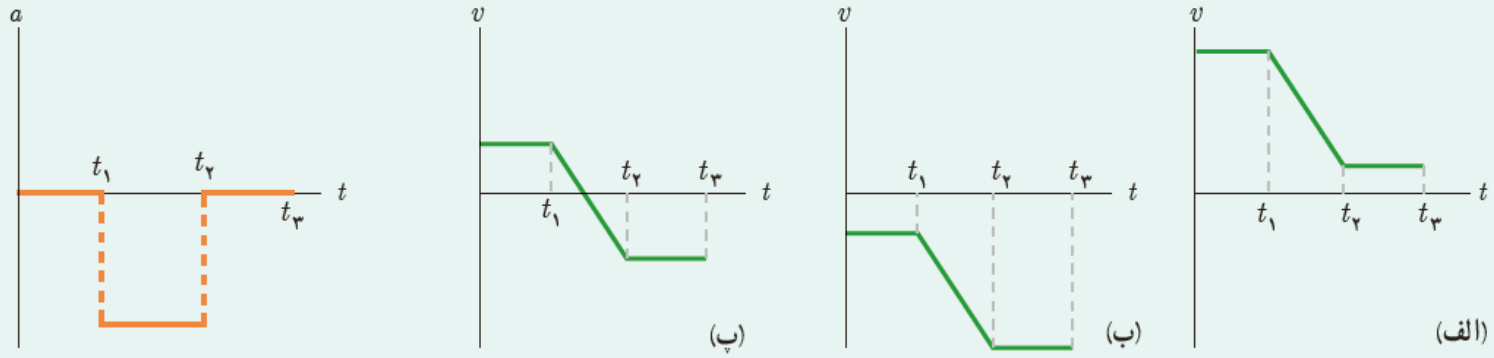
$$\Delta x = \left(\frac{v_۱ + v_۲}{۲}\right)\Delta t = \left(\frac{۲/۰\,m/s + ۰}{۲}\right)(۱۰\,s) \Rightarrow \Delta x = ۱۰\,m$$

در نتیجه متحرک در لحظهٔ $t_۴ = ۵۰\,s$ در مکان $x_۴ = x_۳ + \Delta x = ۴۰\,m + ۱۰\,m = ۵۰\,m$ قرار دارد.

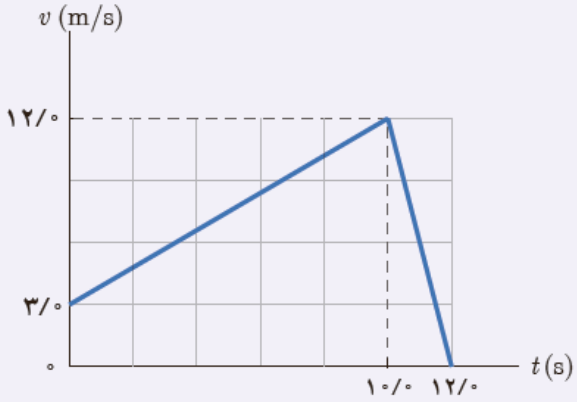
ث) در شکل زیر جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط متحرک در کل زمان حرکت نشان داده شده است.

پرسش ۱ــ۷

نمودار شتاب ــ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. توضیح دهید چگونه هر یک از نمودارهای سرعت ــ زمان شکل‌های الف، ب و پ می‌تواند متناظر با این نمودار شتاب ــ زمان باشد.



تمرین ۱ــ۱۰



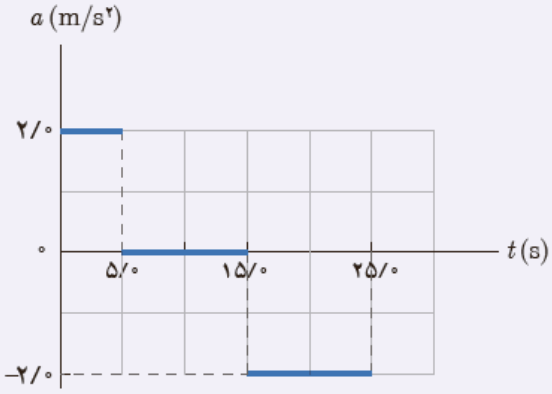
آهویی در مسیری مستقیم در امتداد محور x می‌دود. نمودار سرعت ــ زمان آهو در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۲/۰s مطابق شکل است. در این بازهٔ زمانی

الف) مسافت کل پیموده شده توسط آهو را به‌دست آورید.

ب) جابه‌جایی آهو را پیدا کنید.

پ) نمودار شتاب ــ زمان آهو را رسم کنید.

تمرین ۱ــ۱۱



شکل مقابل نمودار شتاب ــ زمان یک ماشین اسباب بازی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند. با فرض $x_0=0$ و $v_0=0$، در بازهٔ زمانی صفر تا ۲۵/۰s،

الف) نمودارهای سرعت ــ زمان و مکان ــ زمان این ماشین را رسم کنید.

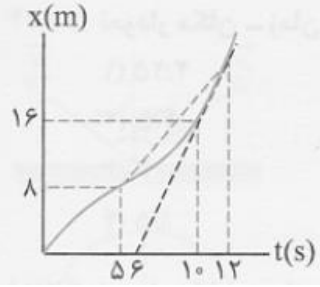
ب) با توجه به نمودار سرعت ــ زمان، مشخص کنید در کدام یک از بازه‌های زمانی، حرکت ماشین تندشونده، کُندشونده یا با سرعت ثابت است.

پ) شتاب متوسط ماشین را پیدا کنید.

ت) جابه‌جایی ماشین را پیدا کنید.

اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت $108\,km/h$ در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصلهٔ $165\,m$، با شتاب ثابت $3\,m/s^2$ ترمز می‌کند و درست جلو مانع می‌ایستد. اگر زمان واکنش راننده t_1 و زمانی که حرکت اتومبیل کندشونده بوده، t_2 باشد، $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۹۶)

۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۲۰



نمودار مکان- زمان متحرکی بر مسیر مستقیم به‌صورت شکل مقابل است. اگر سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 10\,s$ برابر سرعت متوسط آن بین دو لحظهٔ $t_1 = 5\,s$ و $t_2 = 12\,s$ باشد، متحرک در لحظهٔ $t = 12\,s$ در چند متری مبدأ می‌باشد؟

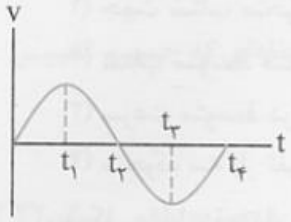
۱) ۲۸
۲) ۲۴
۳) ۳۶
۴) ۲۰

معادلهٔ حرکت جسمی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به‌صورت $x = -t^2 + 10t - 16$ است. در بازهٔ زمانی ۶ تا ۷ ثانیه نوع حرکت و جهت حرکت متحرک کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۴)

۱) کندشونده در جهت مثبت محور x
۲) کندشونده در جهت منفی محور x
۳) تندشونده در جهت منفی محور x
۴) تندشونده در جهت مثبت محور x

معادلهٔ شتاب ـ زمان حرکت متحرکی در SI به‌صورت $a = 12t - 4$ می‌باشد. اگر متحرک همواره در جهت مثبت محور حرکت کند، در کدام‌یک از لحظات زیر (بر حسب ثانیه) سرعت متحرک در حال کاهش است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۲، با تغییر)

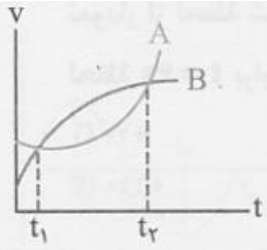
۱) ۰/۲ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۵ ۴) ۱/۵



نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند مطابق شکل مقابل است. در بازهٔ زمانی بین t_1 و t_2 حرکت متحرک ..... شونده و در ..... محور x است. (سراسری تجربی- ۸۶)

۱) کند- جهت مثبت ۲) تند- جهت مثبت

۳) کند- جهت منفی ۴) تند- جهت منفی



نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B مطابق شکل است. اگر تندی متوسط آن‌ها بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 برابر s_{av_A} و s_{av_B} باشد، کدام رابطه درست است؟

۱) $s_{av_A} = s_{av_B}$ ۲) $s_{av_A} > s_{av_B}$

۳) $s_{av_A} < s_{av_B}$ ۴) $s_{av_A} \geq s_{av_B}$

معادلهٔ سرعت ـ زمان جسمی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به‌صورت $v = 6t - 3t^2$ است. در بازهٔ زمانی بین $t = 0$ تا $t = 2s$ $(0 \le t \le 2)$، .....

(سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۰، با تغییر)

۱) جهت شتاب عوض نمی‌شود.
۲) جهت حرکت جسم تغییر نمی‌کند.
۳) جهت حرکت یک بار عوض می‌شود.
۴) حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده می‌شود.

در یک مسیر مستقیم خودرویی با سرعت ثابت $20 m/s$ در حرکت است. از ۳۶ متر جلوتر اتومبیل دیگری با شتاب ثابت $2 m/s^2$ از حال سکون در همان جهت به راه می‌افتد. در این حرکت اتومبیل‌ها دو بار از هم سبقت می‌گیرند. فاصلهٔ زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟

۱) ۲
۲) ۱۰
۳) ۱۶
۴) ۱۸

قطار A به طول ۲۰۰ متر با سرعت ثابت $40 m/s$ در حال حرکت است. قطار B به طول ۲۲۵ متر که روی ریل مجاور توقف کرده است به محض این‌که قطار A کاملاً از آن عبور کرد با شتاب ثابت $2 m/s^2$ در همان جهت حرکت قطار A شروع به حرکت می‌کند و سرعت خود را به $50 m/s$ می‌رساند و با همان سرعت حرکت خود را ادامه می‌دهد. قطار B چند ثانیه پس از شروع حرکت از قطار A سبقت گرفته و از کنار آن کاملاً عبور می‌کند؟

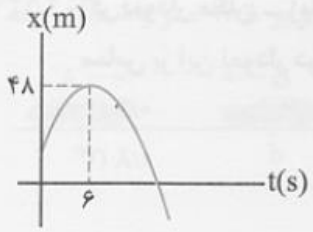
(سراسری ریاضی- ۹۲)

۱) ۵۷/۵
۲) ۸۲/۵
۳) ۸۰
۴) ۱۰۵

دو متحرک A و B از یک نقطه بدون سرعت اولیه در یک مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کنند. اگر شتاب متحرک A، ۴ برابر شتاب متحرک B باشد، در یک جابه‌جایی مساوی، سرعت متوسط متحرک A چند برابر سرعت متوسط متحرک B است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۲)

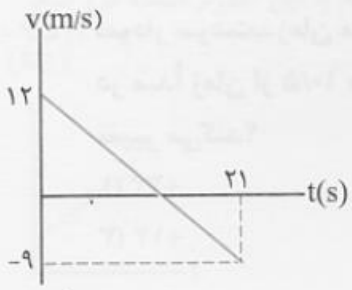
۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۴

نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل، به‌صورت سهمی است. اگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۳s$ تا $t = ۹s$ برابر ۱۲ متر باشد، جابه‌جایی متحرک در این بازه چند متر است؟ (سراسری ریاضی- ۹۳)



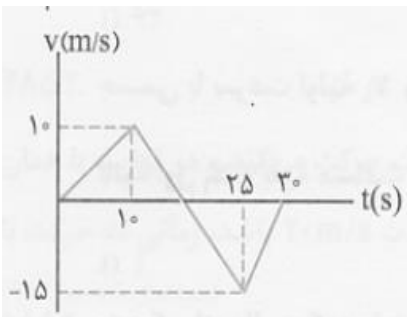
۱) صفر ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۱۲

نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند مطابق شکل روبه‌رو است. بزرگی جابه‌جاییِ متحرک در فاصلهٔ زمانی $t = ۶s$ تا $t = ۱۲s$ چند متر است؟ (سراسری تجربی- ۹۳)



۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۲۲/۵
۴) ۳۲/۵

نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در مدتی که در سوی مخالف محور x جابه‌جا می‌شود، چند متر بر ثانیه است؟



(سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۰)

۱) ۲/۵
۲) ۷/۵
۳) ۱۰/۵
۴) ۱۲/۵

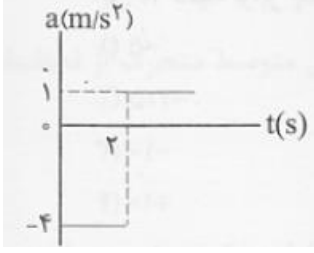
جسمی از حالت سکون، با شتاب ثابت بر مسیر مستقیمی به حرکت درمی‌آید و مسافت d را طی می‌کند. اگر $\frac{d}{4}$ اول مسیر را در مدت t_1 و بقیهٔ مسیر را در مدت t_2 طی کرده باشد، نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟

(kg)

۱) $\sqrt{3}$
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

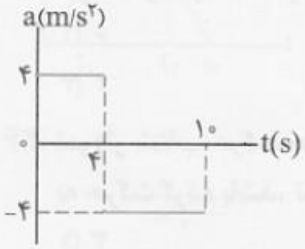
متحرکی از حال سکون در مسیر مستقیم به حرکت درمی‌آید و نمودار شتاب ـ زمان آن مطابق شکل است. در کدام لحظه (بر حسب ثانیه) جهت سرعت عوض می‌شود؟

(سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۹)



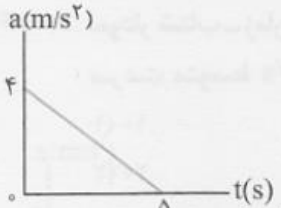
۱) ۱۰
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند به صورت شکل زیر است. اگر جابه‌جایی متحرک در این ۱۰ ثانیه ۱۵۶ متر باشد، سرعت اولیهٔ متحرک چند متر بر ثانیه است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۷)



۱) ۲۰
۲) ۱۵
۳) ۱۰
۴) ۵

متحرکی با سرعت اولیهٔ $-۶\,m/s$ در مسیر مستقیم به حرکت درمی‌آید و نمودار شتاب ـــ زمان آن به‌صورت مقابل است. حرکت این متحرک در فاصلهٔ زمانی نشان داده‌شده چگونه است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۷)



۱) پیوسته کندشونده
۲) پیوسته تندشونده
۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده
۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به‌صورت $v = -۴t - ۲$ است. مسافتی که این متحرک در ثانیهٔ دوم حرکت طی می‌کند، چند متر است؟

۱) ۴
۲) ۲
۳) ۱
۴) ۸

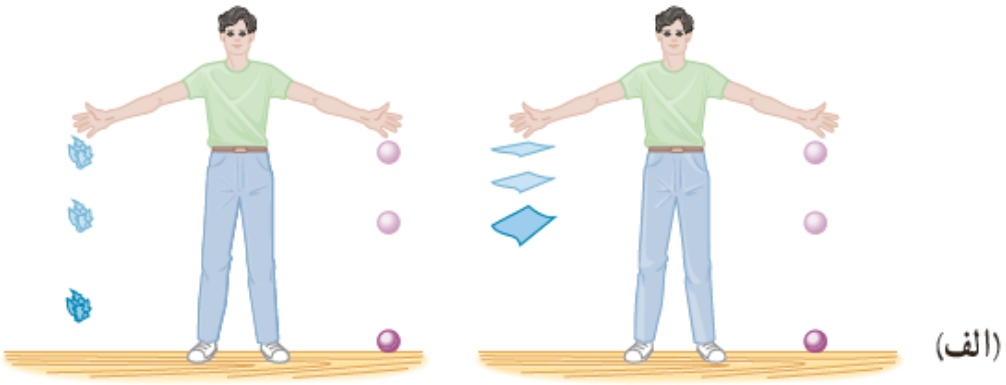
متحرکی با شتاب ثابت در زمان‌های مساوی و متوالی $t = ۵s$، به ترتیب مسافت‌های $۲۰m$، $۲۵m$ و $۳۰m$ و ... را بر مسیر مستقیم طی می‌کند. شتاب حرکت آن چند متر بر مربع ثانیه است؟ (kg)

۱) ۰/۴
۲) ۱
۳) ۰/۵
۴) ۰/۲

۱ـ۴ سقوط آزاد

به حرکتی که در آن فقط نیروی وزن بر جسم وارد شود ، حرکت سقوط آزاد می گویند.

حرکت سقوط آزاد، افزون بر رها کردن جسم، شامل پرتاب کردن جسم رو به پایین یا رو به بالا نیز می‌شود. در هر سه حالت یاد شده، جهت شتاب رو به پایین و اندازهٔ آن ثابت است و معمولاً $g = ۹/۸\ m/s^۲$ فرض می‌شود. در اینجا تنها حرکت سقوط آزاد اجسام بدون سرعت اولیه بررسی می‌شود[۱].



شکل ۱ـ۱۵ تجربه‌ای ساده برای مقایسهٔ اثر مقاومت هوا روی حرکت سقوط آزاد گلوله، برگهٔ کاغذ و برگهٔ کاغذ مچاله شده

سقوط آزاد بدون سرعت اولیه : با توجه به اینکه در این کتاب تنها سقوط آزاد بدون سرعت اولیه بررسی می‌شود، معادله‌های مورد استفاده برای حل مسئله‌های این حرکت، با فرض اینکه جهت رو به بالا را مثبت بگیریم، با قرار دادن $v_۰=۰$، y به‌جای x و $-g$ به‌جای a در معادله‌های حرکت با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به‌دست می‌آید. به این ترتیب معادله‌های سقوط آزاد بدون سرعت اولیه به‌صورت زیر است :

$$v = -gt \qquad (۱۲ـ۱)$$

$$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + y_۰ \qquad (۱۳ـ۱)$$

$$v^۲ = -۲g(y-y_۰) \qquad (۱۴ـ۱)$$

اگر در $t=۰$ جسم در مبدأ مکان باشد $(y_۰=۰)$ معادله‌ها را به شکل ساده‌تری نیز می‌توان نوشت.

۲۳. گلوله‌ای را باید از چه ارتفاعی رها کنیم تا پس از ۴/۰ ثانیه به زمین برسد؟ سرعت گلوله در نیمهٔ راه و همچنین در لحظهٔ برخورد به زمین چقدر است؟ مقاومت هوا را نادیده بگیرید.

۲۵. سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می‌شود.

الف) اگر سنگ در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت خود ۶۰ متر را طی کند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟

ب) سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چقدر است؟

از ارتفاع معین، گلوله‌ای رها می‌شود و لحظه‌ای بعد گلولهٔ دیگری از همان نقطه رها می‌شود. تا رسیدن گلولهٔ اول به زمین، فاصلهٔ بین دو گلوله چگونه تغییر می‌کند؟ (مقاومت هوا ناچیز است.) (سراسری ریاضی- ۸۷)

۱) ثابت می‌ماند.
۲) کاهش می‌یابد.
۳) افزایش می‌یابد.
۴) بستگی به جرم گلوله‌ها دارد.

گلوله‌ای در شرایط خلأ، بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود. اگر این گلوله مسافتی را که در ثانیهٔ آخر حرکت طی کرده، ۳ برابر مسافتی باشد که تا قبل از آن طی کرده است، h چند متر است؟ $(g = 10 m/s^2)$ (سراسری ریاضی- ۹۶)

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

دو گلوله در شرایط خلأ به فاصلهٔ زمانی ۲/۵s از یک نقطه بالای سطح زمین رها می‌شوند. چند ثانیه پس از رها شدن گلولهٔ اول، فاصلهٔ دو گلوله به ۶۸/۷۵m می‌رسد؟ $(g = 10 m/s^2)$ (سراسری ریاضی- ۹۱)

۱) ۲/۵ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۴/۵

دو گلوله به فاصلهٔ زمانی یک ثانیه از نقطه‌ای به ارتفاع h در شرایط خلأ رها می‌شوند. اگر بیش‌ترین فاصلهٔ بین آن‌ها در طول حرکت به ۴۵ متر برسد، ارتفاع h چند متر است؟ $(g = 10 m/s^2)$ (kg)

۱) ۸۰ ۲) ۱۱۰ ۳) ۱۲۵ ۴) ۱۴۵

شخصی از ارتفاع ۱۵ متری سطح زمین روی بالشی به ضخامت ۲ متر سقوط آزاد می‌کند و مقاومت هوا ناچیز است. اگر در این برخورد حداقل ضخامت بالش به ۰/۵ متر برسد، اندازهٔ شتاب شخص بعد از رسیدن به بالش تا انتهای مسیر رو به پایین چند g است؟ (این شتاب ثابت فرض شده است.) (سراسری ریاضی- ۸۵)

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

مقاومت هوا ناچیز است و گلوله‌ای از ارتفاع ۳۶۰ متری بدون سرعت اولیه سقوط می‌کند. اگر گلوله این مسیر را در ۳ بازهٔ زمانی مساوی و متوالی طی کرده باشد، مسافت‌های طی‌شده به ترتیب هر کدام چند متر است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۶)

۱) ۱۶۰، ۹۰، ۳۰ ۲) ۱۲۰، ۱۲۰، ۱۲۰ ۳) ۲۰۰، ۱۲۰، ۴۰ ۴) ۱۸۰، ۱۲۰، ۶۰