

۲۷- کدام یک از موارد زیر درست و کدام یک نادرست است؟

- الف) $\sqrt{4} \in \mathbb{Q}'$ ب) $\frac{\sqrt{49}}{9} \notin \mathbb{Q}'$ پ) $\sqrt{3} + \sqrt{36} \in \mathbb{Q}$
 ت) $\pi \in \mathbb{Q}'$ ث) $0.01001000100010001... \in \mathbb{Q}$ ج) $0.252552555... \in \mathbb{Q}'$
 چ) $-\sqrt{3} \in \mathbb{Q}'$ ح) $(2 - \sqrt{5}) + \sqrt{5} \in \mathbb{Q}'$ خ) $(\frac{\sqrt{2}+1}{2} + \frac{5-\sqrt{2}}{2}) \in \mathbb{Q}$
 د) $(0/\sqrt{5} + 0/\sqrt{2}) \in \mathbb{Q}'$ ذ) $(4/\sqrt{7} - 3/\sqrt{6}) \notin \mathbb{Q}'$ ر) $\sqrt{7 - \sqrt{5} + \sqrt{16}} \in \mathbb{Q}'$

۲۸- کدام یک از موارد زیر درست و کدام یک نادرست است؟

- الف) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}'$ ب) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q}' = \mathbb{Z}$ پ) $\mathbb{Q}' \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Q}$
 ت) $\mathbb{Q}' \cap (\mathbb{O} \cup \mathbb{E}) = \mathbb{Q}$ ث) $\{\sqrt{2}, \sqrt{3}, 2\} \not\subseteq \mathbb{Q}'$ ج) $\{\sqrt{5}\} \in \mathbb{Q}'$

۲۹- کتاب درسی در هر یک از حالت‌های (الف) و (ب) تفاوت دو مجموعه را با ذکر دلیل بنویسید.
 الف) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1/5 < x < 5\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid 1/5 < x < 5\}$

ب) $C = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ ، $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x < 9\}$

۳۰- آیا جمع دو عدد گنگ، عددی گنگ است؟ مثال مناسب ارائه دهید.

۳۱- آیا ضرب سه عدد گنگ، عددی گنگ است؟ مثال مناسب ارائه دهید.

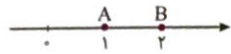
۳۲- کتاب درسی عدد $1 + \sqrt{5}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

۳۳- اگر هر دو عدد a و $(a-1)\sqrt{3}$ گویا باشند، مقدار a را بیابید.

۳۴- بین دو عدد $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ پنج عدد گنگ بنویسید.

۳۵- بین دو عدد $\sqrt{1/45}$ و $\sqrt{1/41}$ سه عدد گنگ بنویسید.

۳۶- بین دو عدد ۲ و ۳ چهار عدد گنگ بنویسید.



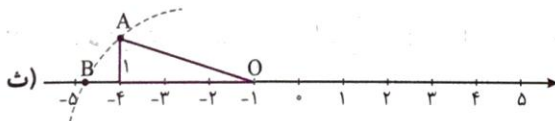
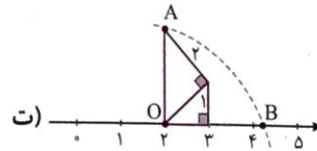
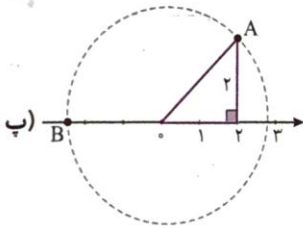
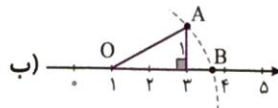
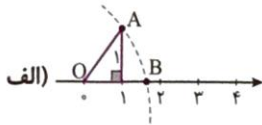
۳۷- الف) در شکل مقابل بین دو عدد ۱ و ۲ چند عدد گویا می توان نوشت؟
ب) فرض کنید اعداد گویایی که بین ۱ و ۲ هستند را رنگ کنیم. آیا همه ی نقاط پاره خط AB رنگ می شوند؟ سه تا از اعدادی که رنگ نمی شوند را بنویسید.



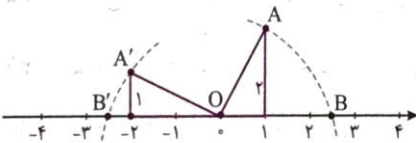
۳۸- الف) در شکل مقابل بین دو عدد ۳ و ۴ چند عدد گنگ وجود دارد؟
ب) فرض کنید اعداد گنگ بین ۳ و ۴ را رنگ کنیم. آیا همه ی نقاط پاره خط AB رنگ می شوند؟ سه تا از اعدادی که رنگ نمی شوند را بنویسید.

۳۹- الف) مجموعه ی $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{2} < x < \sqrt{37}\}$ شامل چند عدد طبیعی است؟
ب) مجموعه ی A شامل چند عدد گویا و چند عدد گنگ است؟

۴۰- در هر یک از شکل های زیر، نقطه ی B نمایش کدام عدد حقیقی بر روی محور اعداد می باشد؟



۴۱- در شکل زیر، فاصله ی دو نقطه ی B و B' از یک دیگر چقدر است؟



۴۲- مجموعه های زیر را روی محور نشان دهید و یا با توجه به محور مجموعه ی متناظر آن را بنویسید.

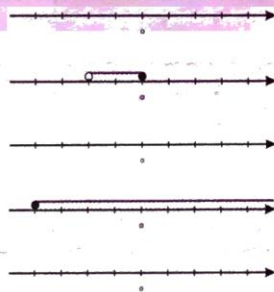
الف) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$

ب) $B = \{ \quad \}$

پ) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 3\}$

ت) $D = \{ \quad \}$

ث) $E = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 4\}$



چ) درست

ح) نادرست، توجه کنید که $(2-\sqrt{5})+\sqrt{5}=2$

خ) درست، توجه کنید که $\frac{\sqrt{2}+1}{2}+\frac{5-\sqrt{2}}{2}=\frac{6}{2}=3$

د) نادرست، توجه کنید که $\frac{0}{9}+\frac{0}{9}=\frac{0}{9}$ و $\frac{0}{9}+\frac{2}{9}=\frac{2}{9}$ و $\frac{0}{9}+\frac{5}{9}=\frac{5}{9}$

ذ) درست، زیرا می توان نوشت:

$$4/\sqrt{7}-3/1=(4+0/\sqrt{7})-(3+0/1)=(4-3)+(0/\sqrt{7}-0/1)=1+0/6=1/6$$

از طرفی می دانیم $1/6=\frac{15}{9}$ زیرا $1/6$ عددی گویاست،

ر) نادرست، توجه کنید که $\sqrt{7-\sqrt{5}+\sqrt{16}}=\sqrt{7-\sqrt{5}+4}=\sqrt{7-\sqrt{5}}=\sqrt{7-3}=\sqrt{4}=2$

پاسخ ۲۸

الف) نادرست

ت) نادرست

ب) نادرست

ث) درست

پ) نادرست

ج) نادرست

الف) مجموعه A شامل همه اعداد حقیقی (گویا و گنگ) بین $1/5$ و 5 است، در حالی که مجموعه B، تنها شامل اعداد گویای بین $1/5$ و 5 است، پس این مجموعه ها یکسان نیستند.
ب) مجموعه D شامل همه اعداد حقیقی بین 3 و 9 است، در حالی که مجموعه C، تنها شامل اعداد طبیعی بین 3 و 9 است، پس این مجموعه ها یکسان نیستند.

پاسخ ۳۰

پاسخ ۳۱

نوشت:

خیر، به عنوان مثال، اعداد $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{2}$ هر دو گنگ هستند در حالی که جمع آن برابر صفر است.
خیر، به عنوان مثال، اعداد $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ و $\sqrt{6}$ هر سه گنگ هستند در حالی که ضرب آن ها را به صورت زیر می توان نوشت:

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{2 \times 3 \times 6} = \sqrt{36} = 6$$

پاسخ ۳۲

ابتدا توجه کنید که $4 < 5 < 9$ ، بنابراین $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ ، یا به طور ساده تر $2 < \sqrt{5} < 3$. اکنون می توان نتیجه گرفت عدد $1+\sqrt{5}$ بین دو عدد صحیح متوالی 3 و 4 قرار دارد.

پاسخ ۳۳

تنها حالتی که حاصل ضرب عددی گویا در عددی گنگ، عددی گویا می شود آن است که عدد گویا را صفر را در نظر بگیریم. بنابراین برای آن که عدد $(a-1)\sqrt{3}$ گویا باشد باید داشته باشیم:

$$a-1=0 \Rightarrow a=1$$

پاسخ ۳۴

با توجه به این که $2 < 2/1 < 2/2 < 2/3 < 2/4 < 2/5 < 3$ ، بنابراین که اعداد گنگ $\sqrt{2}/4$ ، $\sqrt{2}/3$ ، $\sqrt{2}/2$ ، $\sqrt{2}/1$ و $\sqrt{2}/5$ ، بین $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ قرار دارند. (توجه کنید که عبارت های زیر رادیکال ها مربع کامل نیستند.)

پاسخ ۳۵

با توجه به این که $1/41 < 1/42 < 1/43 < 1/44 < 1/45$ ، پس اعداد گنگ $\sqrt{1/41}$ ، $\sqrt{1/42}$ ، $\sqrt{1/43}$ و $\sqrt{1/44}$ ، بین $\sqrt{1/41}$ و $\sqrt{1/45}$ قرار دارند. (توجه کنید که از عدد $\sqrt{1/44}$ نمی توانستیم استفاده کنیم زیرا این عدد گنگ نیست، $\sqrt{1/44}=1/2$)

پاسخ ۳۶

می دانیم $2=\sqrt{4}$ و $3=\sqrt{9}$ ، پس می توان 3 عدد گنگ $\sqrt{4/1}$ ، $\sqrt{4/2}$ ، $\sqrt{4/3}$ را در بین $\sqrt{4}$ و $\sqrt{9}$ معرفی کرد. (توجه کنید که عبارت های زیر رادیکال ها مربع کامل نیستند.)

پاسخ ۳۷

الف) بین هر دو عدد متمایز، بی شمار عدد گویا می توان نوشت.
ب) خیر، زیرا بین دو عدد $1=\sqrt{1}$ و $2=\sqrt{4}$ ، بی شمار عدد گنگ نیز وجود دارد. به عنوان مثال، سه عدد $\sqrt{2}/3$ ، $\sqrt{1/2}$ ، $\sqrt{1/4}$ اعداد گنگی هستند که بین 1 و 2 قرار دارند.

پاسخ ۳۸

الف) بین هر دو عدد متمایز، بی شمار عدد گنگ وجود دارد.
ب) خیر، زیرا بین دو عدد 3 و 4 بی شمار عدد گویا نیز وجود دارد. به عنوان مثال اعداد گویای $\frac{25}{7}$ ، $\frac{7}{2}$ و $\frac{11}{3}$ بین 3 و 4 قرار دارند.

الف) ابتدا توجه کنید که $1 < 2 < 4$ ، پس $1 < \sqrt{2} < 2$. به همین ترتیب $36 < 37 < 49$ ، بنابراین $6 < \sqrt{37} < 7$. اکنون می‌توان نتیجه گرفت $\sqrt{2} = 1/0$ و $\sqrt{37} = 6/0$ ، پس اعداد طبیعی x که در مجموعه‌ی A قرار دارند عبارتند از ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶. (ب) می‌دانیم بین هر دو عدد حقیقی متمایز، بی‌شمار عدد گویا و بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد، پس بین $\sqrt{2}$ و $\sqrt{37}$ ، بی‌شمار عدد گویا و بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد.

پاسخ ۳۹

به کمک قضیه‌ی فیثاغورس می‌توان نوشت:

پاسخ ۴۰

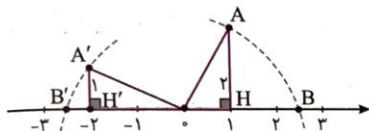
الف) $\sqrt{2}$
ت) $2 + \sqrt{6}$

ب) $1 + \sqrt{5}$
ث) $-1 - \sqrt{10}$

پ) $-\sqrt{8}$

به کمک قضیه‌ی فیثاغورس می‌توان نوشت:

پاسخ ۴۱



طول نقطه‌ی B برابر $\sqrt{5}$ است. $\Rightarrow OA^2 = OH^2 + AH^2 = 1 + 4 \Rightarrow OA = \sqrt{5}$

طول نقطه‌ی B' برابر $-\sqrt{5}$ است. $\Rightarrow OA'^2 = OH'^2 + A'H'^2 = 4 + 1 \Rightarrow OA' = \sqrt{5}$

$$\sqrt{5} - (-\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}$$

بنابراین فاصله‌ی دو نقطه‌ی B و B' برابر است با:

پاسخ ۴۲

ب) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 0\}$

ت) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -4\}$

