

## چند جمله‌ای‌ها و اتحادها

## ۱- تفریق و قرینه اعداد

قرینه‌ی عدد  $a$  که با علامت  $-$  نشان داده می‌شود، عددی است که اگر با  $a$  جمع شود حاصل صفر می‌شود. یعنی:

$$(-a) + a = a + (-a) = 0$$

اگر  $A$  نقطه‌ی متناظر با عدد  $a$  روی محور اعداد باشد، نقطه‌ی متناظر با  $-a$  را با  $A'$  نشان می‌دهیم و آن نقطه‌ای

است که  $OA = OA'$

تفاضل عدد  $b$  از عدد  $a$  را با نماد  $a - b$  نشان می‌دهیم به صورت مجموع عدد  $a$  و قرینه‌ی  $b$  تعریف می‌کنیم

یعنی:

$$a - b = a + (-b)$$

## ۲- تقسیم و معکوس اعداد


معکوس عدد غیر صفر  $a$  را که با نماد  $\frac{1}{a}$  نشان می‌دهند، عددی است که حاصلضرب آن در  $a$  برابر ۱ باشد یعنی:

$$a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$$

تقسیم عدد  $a$  بر عدد غیر صفر  $b$  را با نماد  $\frac{a}{b}$  یا  $a \div b$  نشان می‌دهند و به صورت ضرب  $a$  در معکوس  $b$  تعریف

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$$

می‌شود، یعنی:

توجه! 

۱- عدد صفر معکوس ندارد.

۲- اگر  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  باشد آنگاه  $ad = bc$ . این ویژگی را طرفین وسطین نیز می‌نامند.

۳- کسری که صورت و مخرج آن، کسر باشد، کسر مرکب نامیده می‌شود و داریم:  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$

۴- تساوی  $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$  را ویژگی تفکیک کردن یا جدا کردن کسرها گویند.

## ۳- عبارت‌های جبری

متغیر: حرف یا نمادی که جانشین عدد می‌شود متغیر نامیده می‌شود و عباراتی که شامل متغیرهای و

عملیات ریاضی بین آنها است عبارت جبری نامیده می‌شود.

✓ **یک جمله‌ای:** ساده‌ترین نوع عبارت جبری است که شامل ضرب یک عدد در یک یا چند متغیر است که توان آنها عدد صحیح نامنفی باشد. در یک جمله‌ای‌ها عددی که متغیرها ضرب شده است ضریب عددی و توان متغیرها (که صحیح نامنفی هستند) درجه آن متغیر نامیده می‌شوند.

$$\text{ضریب عددی} \rightarrow \underbrace{3x^5y^7z^0}_{\text{متغیرها}}$$

درجه Z    درجه y    درجه x

• مثال: ۱- عبارت‌های  $\frac{3xy^2}{2}$  ,  $\sqrt{2}xy^2z^5$  یک جمله‌ای هستند اما عبارات  $3x^{-2}$  ,  $\frac{4xy}{z}$  ,  $x^{\frac{1}{2}}$  یک جمله‌ای نیستند.

📖 توجه ۲:

۱- اگر متغیر دارای توان‌های کسری یا منفی باشد یا متغیر زیر رادیکال یا در مخرج کسر باشد عبارت، یک جمله‌ای محسوب نمی‌شود.

۲- اگر متغیری در یک جمله‌ای وجود نداشته باشد آن را درجه‌ی صفر در نظر می‌گیریم.

۳- همه‌ی اعداد حقیقی یک جمله‌ای محسوب می‌شوند.

## ۴- اعمال بین یک جمله‌ای‌ها

### ۱- جمع یک جمله‌ای‌ها:

فقط یک جمله‌ای‌هایی را می‌توان جمع کرد که قسمت حرفی آنها دقیقاً یکی باشند. چنین یک جمله‌ای‌هایی را متشابه گویند. به عبارت دیگر، اگر دو یک جمله‌ای متشابه با هم تفاوت داشته باشند، این تفاوت فقط در ضریب عددی آنها است.

• مثال: ۲- یک جمله‌ای‌های  $3x^2y$  ,  $5x^2y$  ,  $-x^2y$  متشابه‌اند. اما یک جمله‌ای‌های  $x$  ,  $7x^2$  و یک جمله‌ای‌های  $x^2y$  ,  $-3x^2y^2$  متشابه نیستند.

**تعریف:** مجموع دو یک جمله‌ای متشابه، یک جمله‌ای است متشابه با آنها که ضریب عددی آن مجموع ضرایب عددی آن یک جمله‌ای‌ها است.

۳- جمع کنید:

1)  $x + 3x + 7x =$

2)  $x + 2y - 7x + 5y =$

3)  $4x^2y - 5xy^2 - 5x^2y + xy^2$

پاسخ:

- 1)  $\underline{x} + 3\underline{x} + 7\underline{x} = 11x$
- 2)  $\underline{x} + 2\underline{y} - 7\underline{x} + 5\underline{y} = -6x + 7y$
- 3)  $4\underline{x^2y} - 5\underline{xy^2} - 5\underline{x^2y} + \underline{x^2y} = -x^2y - 4xy^2$

**۲- ضرب یک جمله‌ای ها:**

برای ضرب کردن دو یک جمله‌ای، ضرایب آنها را در هم ضرب کرده و متغیرها را براساس قانون ضرب اعداد توان دار با پایه‌های مساوی ضرب می‌کنیم.

• مثال: ۴- ضرب کنید:

- 1)  $(3x)(2y)$
- 2)  $(4x^2ab)(-x^2a)$
- 3)  $3xy(5x^2y) - 2xy^2(7x^2)$

پاسخ:

- 1)  $(3x)(2y) = 6xy$
- 2)  $(4x^2ab)(-x^2a) = -4x^4a^2b$
- 3)  $3xy(5x^2y) - 2xy^2(7x^2) = 15x^3y^2 - 14x^3y^2 = x^3y^2$

**۳- توان یک جمله‌ای ها:**

برای به توان رساندن یک جمله‌ای ها از قانون توان اعداد توان دار و ضرب اعداد توان دار استفاده می‌کنیم.

$$(ab)^n = a^n b^n, (a^n)^m = a^{nm} \quad \text{توجه ۳:}$$

• مثال: ۵- یک جمله‌ای های زیر را به توان برسانید:

- 1)  $(3x^2)^2 = 9x^4$
- 2)  $\left(\frac{2}{3}x^5y^2\right)^3 = \frac{8}{27}x^{15}y^6$
- 3)  $(\sqrt{2}x^7y^4)^4 = 4x^{28}y^{16}$

**۵- چند جمله‌ای ها**

مجموع چند یک جمله‌ای غیر متشابه را چند جمله‌ای گویند.

• مثال: ۶- عبارات زیر چند جمله‌ای می‌باشند.

- 1)  $x^2 + 5x - 7$
- 2)  $x^2y - 6xy^3 - 7xy$
- 3)  $4x^2y - \sqrt{2}x$

توجه ۴: یک جمله‌ای ها نیز چند جمله‌ای محسوب می‌شوند.

**۶- درجه‌ی چند جمله‌ای**

درجه‌ی چند جمله‌ای نسبت به یک متغیر، بزرگ‌ترین توان آن متغیر در آن چند جمله‌ای است.

• مثال: ۷- درجه‌ی چند جمله‌ای‌های زیر را نسبت به  $x$  و  $y$  پیدا کنید.

$$1) 3x^2y^5z + 4xy^2 - 7xy + 6x^3 \quad 2) 7x^5 + 6y^2 - 4xy$$

پاسخ:

(۱) درجه‌ی این چندجمله‌ای نسبت به  $x$  برابر ۳ و نسبت به  $y$  برابر ۵ است.

(۲) درجه‌ی این چندجمله‌ای نسبت به  $x$  برابر ۵ و نسبت به  $y$  برابر ۲ است.

📄 توجه ۵: اگر متغیری در چند جمله‌ای وجود نداشته باشد درجه‌ی چند جمله‌ای نسبت به آن متغیر صفر در

نظر گرفته می‌شود.

### ۷- چند جمله‌ای استاندارد

اگر یک چند جمله‌ای که شامل یک متغیر است براساس توان‌های نزولی آن مرتب شود اصطلاحاً گوئیم چندجمله‌ای به صورت استاندارد نوشته شده است.

• مثال: ۸- هر یک از چند جمله‌ای‌های زیر را به صورت استاندارد بنویسید.

$$1) 6x^5 - 4x^3 - 2x^4 + 4x - x^6 + 1 = \quad 2) 3y^2 - 5y + 6y^3 - 7 =$$

$$1) -x^6 + 6x^5 - 2x^4 - 4x^3 + 4x + 1 \quad 2) 6y^3 + 3y^2 - 5y - 7$$

### ۸- اعمال چند جمله‌ای‌ها

۱- جمع چندجمله‌ای‌ها: برای جمع کردن چندجمله‌ای‌ها، یک جمله‌ای‌های متشابه را با هم جمع می‌کنیم.

• مثال: ۹- اگر  $A = 3x^2 + x - 1$  و  $B = 4x^2 - 3x + 7$  باشند مطلوب است حاصل:

$$\text{الف) } 3A - 2B \quad \text{ب) } A + 2B$$

پاسخ:

$$\text{الف) } 3A - 2B = 3(3x^2 + x - 1) - 2(4x^2 - 3x + 7) = \underline{9x^2} + \underline{3x} - \underline{3} - \underline{8x^2} + \underline{6x} - \underline{14} = x^2 + 9x - 17$$

$$\text{ب) } A + 2B = 3x^2 + x - 1 + 2(4x^2 - 3x + 7) = \underline{3x^2} + \underline{x} - \underline{1} + \underline{8x^2} - \underline{6x} + \underline{14} = 11x^2 - 5x + 13$$

۲- ضرب چند جمله‌ای‌ها: برای ضرب کردن چند جمله‌ای‌ها در هم از قاعده‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

$$(a + d)(b + c) = a(b + c) + d(b + c) = ab + ac + db + dc$$

به عبارت دیگر برای ضرب چند جمله‌ای‌ها به صورت ساده‌تر می‌توانیم طرح زیر را در نظر بگیریم.

$$(a + d)(b + c) = ab + ac + db + dc$$

• مثال: ۱۰- ضرب کنید:

$$1) (x^2 - 5x + 1)(x - 3) \quad 2) (x^2y - xy^2)(2^2y + xy^2) \quad 3) (x^2 + 3yx)^2$$

پاسخ:

$$1)(x^2 - 5x + 1)(x - 3) = x^3 - 3x^2 - 5x^2 + 15x + x - 3 = x^3 - 8x^2 + 16x - 3$$

$$2)(x^2y - xy^2)(x^2y + xy^2) = x^4y^2 + x^3y^3 - x^3y^3 - x^2y^4 = x^4y^2 - x^2y^4$$

$$3)(x^2 + 3yx)^2 = (x^2 + 3yx)(x^2 + 3yx) = x^4 + 3x^3y + 3x^3y + 9x^2y^2 \\ = x^4 + 6x^3y + 9x^2y^2$$

۱۱- اگر  $A = 2x^2 - 5x$  ،  $B = 25x^2 + 10x^3 + 4x^4$  ،  $C = 8x + x^2$  باشد حاصل  $AB - xC$  را پیدا

کنید:

پاسخ:

$$AB - xC = (2x^2 - 5x)(25x^2 + 10x^3 + 4x^4) - x(8x + x^2) \\ = \underline{50x^4} + \underline{20x^5} + 8x^6 - \underline{\underline{125x^3}} - \underline{50x^4} - \underline{20x^5} - 8x^2 - \underline{\underline{x^3}} = 8x^6 - 126x^3 - 8x^2$$

### عبارت جبری:

۱- مقدار عددی هریک از عبارات جبری زیر را به ازای  $a = -2$  ،  $b = 3$  ،  $c = -1$  حساب کنید.

الف)  $a^3 - 3bc =$

ب)  $\sqrt{2}a^2 + \sqrt{3}(a + b + c)^{1000} =$

ج)  $(2b + a + 5c)^{1388} + c^2(2b + 3a)^{1390} =$

۲- مقدار عددی  $A = \sqrt{P(P - a)(P - b)(P - c)}$  را به ازای  $a = 10$  ،  $b = 6$  ،  $c = 8$  و  $P =$

حساب کنید  $\frac{a+b+c}{2}$ .

۳- در هریک از شکل‌های زیر، عبارت جبری مربوط به مساحت قسمت هاشورخورده را بنویسید.

## یک جمله‌ای:

۴- کدامیک از عبارت‌های زیر یک جمله‌ای است؟ آنها را با نماد  $\boxed{\times}$  مشخص کنید.

- الف)  $3a^2b$        ب)  $y^2 + y$        ج)  $\sqrt{8x}$        د)  $\frac{y^2}{x}$   
 ه)  $\frac{a^2b}{\sqrt{5}} - ba^2$        و)  $\sqrt{8x}$        ز)  $-\frac{a^3b}{2}$        ح)  $\sqrt{7} - \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$   
 ط)  $-3\sqrt{\pi}$        ی)  $x^2y^{-3}z$        س)  $-\frac{x^2a^3m^5t^5}{\sqrt{17}}$        ل)  $\frac{1}{x}$   
 م)  $|x|$        ن)  $-\sqrt{3}x^2ya^3$        س)  $\sqrt[3]{-7x^3}$        ع)  $h\sqrt{1-z^2}$   
 ف)  $-\sqrt{3x^2}ya^2$        ض)  $\sqrt[3]{a^3b^6c^2}$

۵- جدول زیر را کامل کنید.

عبارت جبری	ایا یک جمله‌ای است؟	متغیرها	درجه نسبت به y	درجه نسبت به a	ضریب عددی
$\sqrt{3}x^2yz^2$	بله	$x, y, z$	۲	صفر	$\sqrt{3}$
$7a^3x^2$					
$-x^3y^2a^4$					
$\frac{3ax^3}{y^2}$					
$\frac{3}{7}a^3\sqrt{b}$					
$\frac{y^4}{5}$					

۶- کدام جفت از یک جمله‌ای‌های زیر متشابه نیستند؟

- الف)  $-\sqrt{3}x^2, 5x^2$        ب)  $2x^3, 3x^2$   
 ج)  $-\sqrt{2}, \frac{1}{7}$        د)  $\sqrt{7}x^2yz, -3x^2zy$

۷- هریک از عبارات زیر را در صورت امکان ساده کنید.

الف)  $3xy^2 - 4y^2x =$

ب)  $-2tz^3 + \frac{2}{5}tz^3 + 0/7tz^3 =$

ج)  $3abc + bca - \sqrt{2}cab =$

د)  $\sqrt{8}x^2z - \sqrt{2}x^2z + \sqrt{32}x^2z =$

$$\text{ه) } \frac{-x^2}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}x^2 =$$

$$\text{و) } \sqrt{18}x^2y - \sqrt{50}x^2y =$$

$$\text{ز) } \sqrt{20}y + \sqrt{50}y =$$

۸- در شکل‌های زیر، مساحت قسمت هاشور خورده را بر حسب متغیرهای مشخص شده در شکل پیدا کرده و بیان کنید که آیا عبارت به دست آمده یک جمله‌ای هست یا نه. در صورت مثبت بودن جواب، ضریب عددی و درجه‌ی یک جمله‌ای را مشخص کنید.

۹- هر یک از عبارات زیر را به ساده‌ترین شکل بنویسید.

$$\text{الف) } -a^2 \times 2b^2 =$$

$$\text{ب) } 4xy^3 \times 5x^2y =$$

$$\text{ج) } x^2y^3z^2 \times 2xy^4w =$$

$$\text{د) } (-5x^2a) \left( \frac{1}{\sqrt{5}} ya^2 \right) =$$

$$\text{ه) } (\sqrt{72}xy^2) \left( \frac{-6}{\sqrt{2}}x^2z^3 \right) =$$

### چند جمله‌ای:

۱۰- کدامیک از عبارت‌های زیر چند جمله‌ای هستند؟

$$\square \text{الف) } 3x^2y + 8xyz^2 \quad \square \text{ب) } -x^2 + xy + \sqrt{5} \quad \square \text{ج) } -6x^3y$$

$$\square \text{د) } \sqrt{2x^2 + 4} \quad \square \text{ه) } 8x\sqrt{y} \quad \square \text{و) } 3x^2 - \frac{1}{x}$$

$$\square \text{ز) } -\frac{5}{\sqrt{3}}x^2 + \sqrt{5} \quad \square \text{ح) } 3xy^{-1} + w \quad \square \text{ط) } \frac{a}{a^2 + 2} - 3$$

$$\square \text{ث) } \frac{5x^2 + 3^{-1}}{\pi} \quad \square \text{ی) } \sqrt{7}x + |x| \quad \square \text{ج) } \sqrt{16\pi^2 + 1391}$$

$$\square \text{م) } 5xy^2 - \sqrt{2}y^2x \quad \square \text{ن) } a^3b + \pi^{-1} + \sqrt{-x^6y^3} \quad \square \text{س) } \frac{x^2}{x} + \frac{1}{a} + \frac{(\sqrt{x})^2}{y^{-3}} - \frac{1}{a}$$

۱۱- هریک از چند جمله‌ای‌های زیر را به صورت استاندارد نمایش دهید و سپس درجه‌ی هریک را مشخص کنید.

الف)  $7x^3 - 23 - 2x^5 + x =$

ب)  $-3a + a^2 + \sqrt{2}a^3 + 31^4 =$

ج)  $-y^4 + 9y^3 - y^2 + y^4 + \pi^5 =$

۱۲- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $(2x^2 + 5y^2) - (x^2 - y^2) =$

ب)  $(a^3 - 3b) + (2a^2 + b) =$

ج)  $7m^2 - 4n^2 + 2mn - (-9m^2 + mn + 1) =$

د)  $\frac{1}{3}y^3z + 2\sqrt{2}z^3y - \sqrt{18}zy^3 + 4yz^3 =$

ه)  $2a - \frac{1}{3}a^2 + 4a^2 - 5a =$

و)  $\sqrt{50}x^2 - \sqrt{12}x - \sqrt{72}x^2 + \sqrt{75}x =$

۱۳- حاصل عبارات زیر را ساده کنید و قسمت‌های «ب»، «ج» و «د» را به صورت استاندارد بنویسید.

الف)  $2yx(y - x^2) =$

ب)  $-x^2(2x + x^3 - 4) =$

ج)  $y(2y^2 - 3) - y^2(2y + 1) =$

د)  $-4(x + x^3) + x(2x + 1) =$



۱۴- مربع به ضلع ۵ مفروض است. اگر اضلاع آن را به اندازه‌ی  $a$  کاهش دهیم، مساحت آن چقدر کاهش می‌یابد؟  
 $(a < 5)$

۱۵- دایره‌ای به شعاع ۳ واحد مفروض است. اگر شعاع آن به اندازه‌ی  $x$  افزایش یابد، محیط و مساحت آن چقدر افزایش می‌یابد؟

۱۶- حاصلضرب‌های زیر را حساب کنید.

الف)  $(x + y)(x - y) =$

ب)  $(y + 2) - (y + 2) =$

ج)  $(x + y)(x - 2y) =$

د)  $(3 - 2y)^2 =$

ه)  $(x - 1)(x^2 + x + 1) =$

و)  $(x^2 - xy + y^2)(x + y) =$

## سؤالات تکمیلی:

\* حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$17) 7(x - 1) - 4(2x - (x - 1)) - 3(1 - x) - 4(4 - x) =$$

$$18) 15x^2 + 24y^3 - (3x + 2y)(5x + 6y) =$$

$$19) (2x - 3y)(3x + 2y) - 6\left(x - \frac{y^2}{x} - 5y\right)x =$$

$$20) \left(\frac{x+3}{4}\right)\left(\frac{x}{2} + \frac{3}{2}\right) - \left(\frac{x+3}{2}\right)\left(\frac{x+7}{2}\right) =$$

$$21) 3(x - 1)^2 - 2(x + 3)^2 =$$

$$22) (1 + x)(2 + x)(3 + x) - (1 - x)(2 - x)(3 - x) =$$

\* چند جمله‌ای‌های  $A = x^2 - 3x + 5$  ,  $B = 2x^2 + 5x - 4$  ,  $C = 3x^2 - 2x - 1$  را در نظر

می‌گیریم. عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$$23) A + 2B + 3C =$$

$$24) A^2 - BC =$$

$$25) (A - 5)(B - 4) - (C + 1)^2 =$$

$$26) (A - x^2)(B - 5x)(C - 3x^2 + 2c)^3 =$$

۲۷- اگر طول ضلع مربعی برابر ۴ باشد و آن را  $x$  واحد تغییر دهیم، مساحت مربع چقدر تغییر می‌کند؟

۲۸- درجه‌ی یک جمله‌ای‌های زیر را نسبت به حروف خواسته شده بنویسید.

الف)  $-\sqrt{7}a^5x^3y^2z^7$

ب)  $(-2x^7y^4z^3a^2)^{100}$

نسبت به  $z$

نسبت به  $y$

نسبت به  $x$

نسبت به  $y, z$

نسبت به  $x, z$

نسبت به  $x, y$

نسبت به  $a, x, y, z$

نسبت به  $a, y, z$

۲۹- درجه‌ی یک جمله‌ای  $x^n y^m z^k$  نسبت به  $x, y$  برابر ۵، نسبت به  $y, z$  برابر ۴ و نسبت به  $x, z$  برابر ۳

می‌باشد درجه این چند جمله‌ای نسبت به  $x, y, z$  چند است؟

۳۰- ساده کنید:

الف)  $7a^3 - 4b^3 + 5c^3 - (a^3 - 9b^3 - 11c^3)$

ب)  $\frac{1}{2}a^2x + \frac{1}{4}a^2x - \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}a^2x + x^2$

ج)  $(5a^3b^2)\left(\frac{3}{5}a^2b^5\right)$

د)  $4ab\left(\frac{1}{3}ac\right) - 2aca - 9a^2\left(\frac{1}{2}b\right) + 10a^2\left(\frac{1}{5}ac\right) + a^2b - a^2bc$

ه)  $[m - (mn - 2m)] - 3mn + 2m - [1 - (2 - (3 - mn - m))] - 2$

و)  $(-4xyz^2)\left(-\frac{3}{2}x^2yz\right)\left(\frac{2}{3}x^2y^2z\right)(-5xz)$

$$ز) (2x^2y)(3x^2y^3) + (xy)^4$$

$$ح) (-5m)^2(-2m)^3 - \left(\frac{1}{2}m\right)^2 (2m)^3$$

$$ط) \left(\frac{1}{2}a^2b\right)(ab)\left(-\frac{2}{7}a^2c^5\right)$$

$$ک) 2(7t + 4m + a) + (-3a - 7t + m)$$

۳۱- چند جمله‌ای‌های زیر را بر حسب  $x$  استاندارد کنید.

$$الف) f(x) = 4x^9 + 2x^7 - 5x - 3x^3 - 4x^2 + 8 + 8x^4 + x^6$$

$$ب) f(x, y) = 5x^4y^9 - 2xy^8 - 4x^5y^2 - 11x^7y^6 - x^7 + y^4 - 2x - 3y - 7$$

$$ج) f(x, y) = (x^3 - 3x^2y + 4xy^2 + y^3) - 2(7x^3 + x^2y - 9xy^2 + y^3)$$

۳۲- اگر  $A = \frac{1}{2}x + 4$  ,  $B = x^2 - 3$  ,  $C = x + 2$  ، اولاً  $A^2 - BC$  را بدست آورید. ثانیاً مقدار عبارت

$A^2 - BC$  را به ازای  $x = -2$  بدست آورید.

۳۳- در وسط زمین مستطیلی شکلی به ابعاد  $x$  و  $x+2$  متر، حوض دایره‌ای شکل به شعاع  $\frac{1}{4}x$  ساخته شده

است و بقیه‌ی زمین چمن کاری شده است. مساحت ناحیه‌ی چمن کاری شده بر حسب  $x$  و  $y$  چقدر است ؟

۳۴- چند جمله‌ای  $x^3 + 2x^2 + 3x - 4$  با کدام چند جمله‌ای جمع شود تا حاصل  $2x^3 - 4$  گردد؟

۳۵- مقدار عددی عبارت  $A = (a + b - c) - 2(a - b + c) + 3(a - b + 2c)$  به ازای  $c = 10$  ،  $a = 0/1$  ،  $b = 0/01$  چیست؟

۳۶- حاصل عبارات زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$A = (a - b)^2 - (b + a)^2$$

$$B = (7x - 2)(3 - 2x) + 14x^2 + 6$$

۳۷- از سه برابر عبارت  $6x + 3(1 - 2x)$  عبارت  $8 - 5(-x + 2)$  را کم کنید.

۳۸- اگر  $A = 4x^2 - 7x$  ،  $B = 9x^2 - 3x$  حاصل عبارت  $3A - \frac{4}{3}B$  را به دست آورید.

۳۹- اگر داشته باشیم  $a = 3x^2 - 4x + 1$  ،  $b = 2x - 3$  ،  $c = 2x + 5$  حاصل عبارت  $-2A + Bc$  به دست آورده و تعیین کنید چند جمله دارد؟

۴۰- حاصل هریک از عبارات زیر را به ساده‌ترین صورت (به صورت استاندارد) بنویسید.

الف)  $(3 - 6a + 5a^2) - (3a^2 - 4a + 7) + 3(-a - 1)$

ب)  $2x^2 - x(3x - 1) + 2x(x - 2)$

ج)  $-2x^2 - 3x^2(x + 1) + 3x^3 - 7x$

۴۱- در شکل روبرو از گوشه‌ی مربع  $a \times a$  تکه‌ای  $b \times b$  بریده شده است با استفاده از مجموع مساحت‌ها نشان دهید مساحت کل برابر  $a^2 - b^2$  است.

۴۲- مستطیلی با طول ۴ و عرض ۳ متر را در نظر بگیرید اگر طول و عرض این مستطیل را  $X$  متر افزایش دهیم مساحت آن چقدر می‌شود؟ اگر طول و عرض مستطیل را  $\frac{x}{2}$  متر کاهش دهیم مساحت آن چقدر می‌شود؟

۴۳- با بدست آوردن ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع به ضلع  $a$  به وسیله‌ای رابطه‌ی فیثاغورس، مساحت این مثلث را بر حسب  $a$  حساب کنید؟

الف) آیا این عبارت یک جمله‌ای است؟ ضریب عددی و درجه‌ی آن را مشخص نمایید.

ب) مقدار این عبارت جبری را به ازای  $a = 8$  بدست آورید.

**۵- اتحادها و تجزیه‌ها**

✓ **اتحاد:** اگر دو عبارت جبری به گونه‌ای باشد که به ازای هر مقداری برای متغیرهایشان مقدارهای یکسانی داشته باشند، تساوی بین آنها را اتحاد می‌نامند.

✓ **برخی از اتحادهای جبری مهم:**

۱- **مربع مجموع دو جمله:** مربع مجموع دو عبارت برابر است با مجموع مربعات آن دو به اضافه‌ی دو برابر

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{حاصلضرب آن دو عبارت:}$$

۲- **مربع تفاضل دو جمله:** مربع تفاضل دو عبارت برابر است با مجموع مربعات آن دو عدد منهای دو برابر

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{حاصلضرب آن دو عدد:}$$

📖 تذکر ۳: به این دو اتحاد به اختصار **مربع دو جمله‌ای** گفته می‌شود.

$$(2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25 \quad \bullet \text{ مثال ۱۲:}$$

$$(3x - \sqrt{2})^2 = 9x^2 - 6\sqrt{2}x + 2$$

**۳- اتحاد مزدوج:**

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$(ab + x)(ab - x) = (ab)^2 - x^2 = a^2b^2 - x^2 \quad \bullet \text{ مثال ۱۳:}$$

**۴- اتحاد جمله‌ی مشترک:**

$$(x + a)(x + b) = a^2 + (a + b)x + b^2$$

$$\bullet \text{ مثال ۱۴: } (2x - 5)(2x + 3) = (2x)^2 + (-5 + 3)(2x) - 5 \times 3 = 4x^2 - 4x - 15$$

**۵- اتحاد مجموع مکعب‌های دو جمله:**

$$(a + b)(a^2 - ab + a^2) = a^3 + b^3$$

**۶- اتحاد تفاضل مکعب‌های دو جمله:**

$$(a - b)(a^2 + ab + a^2) = a^3 - b^3$$

$$(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = x^3 + 2^3 = x^3 + 8 \quad \bullet \text{ مثال ۱۵:}$$

$$(2 - n^2)(4 + 2n^2 + n^4) = (2)^3 - (-n^2)^3 = 8 - n^6$$

## ۷- اتحاد مکعبمجموع دو جمله:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

## ۸- اتحاد مکعب تفاضل دو جمله

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

• مثال ۱۶:

$$(2x + 3)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2(3) + 3(2x)(3)^2 + 3^3 = 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$$

$$\begin{aligned} (\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2y})^3 &= (\sqrt[3]{x})^3 - 3(\sqrt[3]{x})^2(\sqrt[3]{2y}) + 3(\sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{2y})^2 - (\sqrt[3]{2y})^3 \\ &= x - 3\sqrt[3]{2x^2y} + 3\sqrt[3]{4xy^2} - 2y \end{aligned}$$

✓ **تجزیه:** اگر بتوان یک چند جمله‌ای را به صورت ضرب دو چند جمله‌ای نوشت، آن چند جمله‌ای را تجزیه کرده‌ایم.

📖 تذکر ۴: تجزیه‌ی چند جمله‌ای‌ها عکس عمل ضرب چند جمله‌ای‌هاست.

## ✓ روش‌های متداول تجزیه:

۱- **فاکتورگیری:** با استفاده از دستور  $a(b + c) = ab + ac$  و تعمیم آن می‌توان برخی از عبارت‌ها را تجزیه نمود.

$$6x^2y - 12xy^2 = 6xy(x - y) \quad \bullet \text{ مثال ۱۷:}$$

$$ab(x^2 + y) + ab(x + y^2) = ab(x^2 + y + x + y^2)$$

۲- **تجزیه‌ی دو جمله‌ای‌ها:** استفاده از فاکتورگیری - اتحاد مزدوج، اتحاد مکعب دو جمله‌ای.

$$x^2y^4 - x^2y^3 = x^2y^3(y - 1) \quad \bullet \text{ مثال ۱۸:}$$

$$x^4 - y^4 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

$$a^3 - 8 = a^3 - 2^3 = (a - 2)(a^2 + 2a + 4)$$

۳- **تجزیه‌ی سه جمله‌ای‌ها:** استفاده از فاکتورگیری - اتحاد مربع دو جمله‌ای، اتحاد جمله مشترک، روش A

$$x^2y^3 - x^2y^3 + 8x^2yz = x^2y(y - y^2 + 8z) \quad \bullet \text{ مثال ۱۹:}$$

$$x^2 + 8x + 64 = (x + 4)^2$$

$$x^2 - 8x + 15 = (x - 3)(x - 5)$$



تذکر ۵: روش زیر که به روش A مشهور است. را با ذکر یک مثال توضیح می‌دهیم. فرض کنید می‌خواهیم عبارت سه جمله‌ای  $3x^2 - 7x + 4$  را تجزیه کنیم. عبارت را برابر A در نظر می‌گیریم اگر جمله‌ی اول مربع کامل نبود در ضریب جمله‌ای درجه‌ی بالاتر، طرفین عبارت را ضرب می‌کنیم.

$$A = 3x^2 - 7x + 4$$

$$3A = (3x)^2 - 7(3x) + 12$$

حال دنبال دو عدد می‌گردیم که جمعشان -۷ و ضربشان ۱۲ شود؛ این دو عدد ۳- و ۴- هستند، پس می‌توان

$$3A = (3x - 3)(3x - 4) \quad \text{نوشت:}$$

$$A = (x - 1)(3x - 4)$$

حال با تقسیم طرفین عبارت بر ۳ عبارت A تجزیه می‌شود.

• مثال ۲۰: عبارت  $5t^2 - 4t - 1$  را تجزیه کنید.

$$A = 5t^2 - 4t - 1$$

$$5A = (5t)^2 - 4(5t) - 5$$

جمع دو عدد (-۴) و حاصل ضربشان (-۵) است، این دو عدد ۵- و ۱ می‌باشند.

$$5A = (5t - 5)(5t + 1) \rightarrow A = (t - 1)(5t + 1)$$

۴- تجزیه سایر عبارت‌ها با استفاده از کمی دقت، فاکتورگیری و دسته‌بندی، اضافه یا کم کردن انجام می‌پذیرد.

• مثال:

۲۱- عبارت  $a^4 - 2a^3 + a - 2$  را تجزیه کنید.

$$a^4 - 2a^3 + a - 2 = (a^4 - 2a^3) + (a - 2) = a^3(a - 2) + (a - 2)$$

$$= (a - 2)(a^3 + 1) = (a - 2)(a + 1)(a^2 - a + 1)$$

۲۲- عبارت  $b^2 - x^2 - y^2 + 2xy$  را تجزیه کنید.

$$b^2 - x^2 - y^2 + 2xy = b^2 - (x^2 - y^2 + 2xy) = b^2 - (x - y)^2$$

$$= (b + x - y)(b - (x - y)) = (b + x - y)(b - x + y)$$

۲۳- عبارت  $m^4 + 16$  را تجزیه کنید.

$$m^4 + 16 = m^4 + 16 + 8m^2 - 8m^2$$

$$= (m^4 + 8m^2 + 16) - (8m^2) = (m^2 + 4)^2 - (\sqrt{8}m)^2$$

$$= (m^2 + 4 + \sqrt{8}m) \times (m^2 + 4 - \sqrt{8}m)$$

۵- کاربرد اتحادها دو مسایل: اغلب برای محاسبات عددی پیچیده و یا حل مسایل از اتحادها استفاده می‌شوند.

• مثال: ۲۴- حاصل عبارت  $A = (3/654)^2 + 2 \times (3/654)(6/346) + (6/346)^2$  را به دست آورید.

پاسخ: با کمی دقت مشاهده می‌شود که با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای می‌توان به سادگی حاصل

عبارت را به دست آورد.

$$A = (3/654 + 6/346)^2 = 10^2 = 100$$

۲۵- مخرج کسر  $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$  را گویا کنید.

پاسخ: با استفاده از اتحاد مزدوج و ضرب صورت و مخرج کسر در مزدوج (یعنی  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ) مخرج

عبارت مذکور گویا می‌شود.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} &= \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2} \\ &= \sqrt{3} + \sqrt{2} \end{aligned}$$

۲۶- اگر  $x + \frac{1}{x} = 5$  آنگاه حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$A = x^2 + \frac{1}{x^2} \quad B = x - \frac{1}{x} \quad C = x^3 + \frac{1}{x^3}$$

پاسخ: برای بدست آوردن A کافی است طرفین فرض را به توان ۲ برسانیم.

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= 5^2 \rightarrow x^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 25 \rightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 25 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 23 \\ &\rightarrow \boxed{A = 23} \end{aligned}$$

برای بدست آوردن B می‌توان  $B^2$  را به دست آورده و سپس جذر گرفت.

$$B^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \times x \times \frac{1}{x} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2 = 23 - 2 = 21 \rightarrow \boxed{B = \pm \sqrt{21}}$$

می‌دانیم مقدار B مثبت است پس  $B = \sqrt{21}$

برای بدست آوردن C کافی است طرفین فرض را با استفاده از اتحاد مکعب دو جمله به توان ۳ برسانیم.

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{x} = 5 &\rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 5^3 \rightarrow x^3 + 3\left(\frac{1}{x}\right)^2 \times x + 3x^2\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^3} = 125 \\ \rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(\frac{1}{x} + x\right) &= 125 \rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3(5) = 125 \rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 110 \end{aligned}$$

### ۱- مفهوم اتحاد

۱- کدامیک از تساوی‌های زیر اتحاد است؟

$$3x + y = x + 3y \quad (۲) \quad x + x = 2x \quad (۱)$$

$$(x+1)(x-1)(x^4+x^2+1) = x^6-1 \quad (۴) \quad y^2+1 = y \quad (۳)$$

۲- تساوی روبرو یک اتحاد است. (  $x$  متغیر و  $k$  عدد معلوم ). مقدار  $k$  را بدست آورید.

$$(2x - k)(x + k) = 2x^2 + 3x - k^2$$

۳- اگر تساوی  $1 + x + 2x^2 - x^3 = 3 + a(x - 2) + b(x - 2)^2 - (x - 2)^2$  یک اتحاد باشد  $x$

متغیر)، مقدار  $a + b$  را تعیین کنید.

۴-  $a, b, c$  را چنان تعیین کنید که تساوی‌های زیر یک اتحاد باشند.

الف)  $(a - 1)x^2 + (b - 2)x + (c - 4)x^3 + d = 2x - 4 - 4x^3 + 5x^2$

ب)  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = x^2(x - a) - 5x(x - b) + (x - c) - 1$

## ۲- اتحاد مربع دو جمله‌ای

✽ به کمک اتحاد حل کنید:

5)  $(x - 3)^2$

6)  $(3x + \sqrt{y})^2$

7)  $(4 + \frac{m}{2})^2$

8)  $(\frac{2}{a} - 3a^2)^2$

9)  $(\sqrt{12} - \sqrt{3})^2 + (\sqrt{18} + \sqrt{2})^2$

10)  $52^2$

11)  $998^2$

12)  $1003^2 + 997^2$

✽ تجزیه کنید:

13)  $x^2 + 12x + 36$

14)  $a^2b^2 + ab + \frac{1}{4}$

15)  $6a^2 + 60a + 150$

16)  $4x^6 - 20x^3 + 25$

17)  $x^3 + 6x^2 + 9x$

18)  $4x^6 + 4x + \frac{1}{x^4}$

19)  $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$

## ۳- اتحاد مزدوج

\* به کمک اتحاد حل کنید:

- 20)  $(y - 1)(y + 1)$   
 21)  $(\sqrt{x} + 1)(1 - \sqrt{x})(1 + x)$   
 22)  $(\sqrt{4x^2 + 1} - 2x)(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x)$   
 23)  $(x - y - z)(x + y + z)$   
 24)  $(a + b - 1)(a + 1 - b)$   
 25)  $(4y - 6z)(4y^2 + 9z^2)\left(\frac{3}{2}z + y\right)$   
 26)  $(\sqrt{10} + \sqrt{11})^{10} \times (\sqrt{11} - \sqrt{10})^{11}$   
 27)  $\sqrt{2 - \sqrt{2}} \times \sqrt{2 + \sqrt{2}}$   
 28)  $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 2} + \sqrt{48}$

\* تجزیه کنید:

- 29)  $x^2 - 25x$   
 30)  $9ab^2 - 0/01 a$   
 31)  $\frac{49a^4}{4} - \frac{25}{81b^2}$   
 32)  $3x^5 - 488^2x$   
 33)  $(a - 2b)^2 - (2a + b)^2$   
 34)  $(a + b - c)^2 - (a + c + b)^2$   
 35)  $x^2 - y^2 + 4x + 4$

## ۴- اتحاد جمله مشترک

\* به کمک اتحاد حل کنید:

- 36)  $(x + 1)(x + 3)$   
 37)  $(5x - 1)(5x + 2)$   
 38)  $(5 + 2a)(5 - 4a)$   
 39)  $\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{2}{x}\right)$   
 40)  $(2x^3 + 4)(2x^3 - 7)$

\* تجزیه کنید:

41)  $x^2 - 5x + 6$

42)  $y^2 - 10y + 24$

43)  $y^2 + 10y - 24$

44)  $b^2c^2 - 8bc - 20$

45)  $a^2x^2 - 22x^2x + 72a^2$

46)  $3x^2 - 7x - 6$

47)  $2x^2 + x - 10$

48)  $x^2 + \frac{20}{3}x + 4$

**۵- اتحاد مجموع و تفاضل مکعب دو جمله**

\* به کمک اتحاد حل کنید:

49)  $(a + 5)(a^2 - 5a + 25)$

50)  $(3a^2 - 1)(9a^4 + 3a^2 + 1)$

51)  $(-a - 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2)$

\* تجزیه کنید:

52)  $x^3 - 27y^3$

53)  $ab^4 + a^4b$

54)  $a^6 + 64$

55)  $m^7 + \frac{m}{12}$

56)  $2x^9 - 0/016$

57)  $8x^2 + 64x^2y^3$

58)  $(x + 1)^3 + y^3$

**۶- اتحاد دو جمله‌ای**

\* به کمک اتحاد حل کنید:

59)  $(2x - 3)^3$

60)  $\left(3x + \frac{2}{3}\right)^3$

61)  $(y^2 - 2)^3$

62)  $(\sqrt{x} + 2)^3$

\* تجزیه کنید:

63)  $a^3 - 9a^2 + 27a - 27$

64)  $y^2(1+y) + \frac{1}{27}(1-9y)$

65)  $x^3 - \frac{1}{x^3} + \frac{3}{x} - 3x$

**۷- اتحاد مربع سه جمله**

\* به کمک اتحاد حل کنید:

66)  $(x - 2y + 1)^2$

67)  $(x^2 + x - 1)^2$

68)  $(x^3 - 2x^2 - x)^2$

\* تجزیه کنید:

69)  $x^2 + 9a^2 - 12a + 4x - 6ax + 4$

70)  $a^2 + b^2 + y^2 + 2ay + 2by + 2ab$

71)  $a^2 + b^2 + c^2 - 1 - 2ab - 2ac + 2b$

72)  $a^2 + b^2 + x^2 - 2x + 2ax - 2a + 1$

## سؤالات تکمیلی

۷۳- اگر  $a + \frac{1}{a} = 3$  باشد، مطلوبست:

الف)  $a^3 + \frac{1}{a^3}$

ب)  $a^2 + \frac{1}{a^2}$

۷۴- اگر  $x - \frac{1}{x} = 4$  باشد، حاصل  $x^2 - \frac{1}{x^2}$  را با شرط  $x > 0$  بدست آورید.

۷۵- حاصل هریک از عبارات زیر را به کمک اتحادهای جبری بدست آورید.

1)  $(3x^7 + 3y - 5z^3)^2$

2)  $\left(x + \frac{1}{x} - 1\right)^2$

3)  $(\sqrt{2}x + \sqrt{3}y + \sqrt{6}z)^2$

4)  $\left(x^{\frac{3}{2}} + 2x^2 + 3x^{0/5}\right)^2$

5)  $(x^3 - 1)(x^3 + 1)$

6)  $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})$

7)  $(x^2 + 3x - 1)(x^2 + 3x + 1)$

8)  $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$

9)  $\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)$

10)  $(x^3 + 3x - 2)(x^3 - 3x + 2)$

11)  $(x - y + w - z)(z + w - x - y)$

12)  $[(x + y)^2 + (x - y)^2](2x^2 - 2y^2)$

$$13) (x + y)(x^2 - xy)$$

$$14) (1 - x - 2x^2 + 3x^3)(1 - x + 2x^2 - 3x^3)$$

$$15) (2 + x)(2 - x)(4 + x^2)$$

$$16) (x - a)^2(x + a)^2$$

$$17) (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)(x^8 + 1)$$

$$18) (2x - 5)(4x^2 + 25)(4x + 10)$$

$$19) 3(x + 3)(x^2 + 9) \left(1 - \frac{x}{3}\right)$$

$$20) (\sqrt[3]{x} + 1)^3$$

$$21) \left(ab^{\frac{1}{3}} + 2a^2b^{\frac{1}{2}}\right)^3$$

$$22) \left(x + \frac{1}{x}\right)^3$$

$$23) (2^x - 2)^2$$

$$24) (5a^2b^5 - 6a^2b^4)^3$$

$$25) (x^2 - 1)(x^4 + x^2 + 1)$$

$$26) (x^6 - x^3 + 1)(x^3 + 1)$$

$$27) \left(\frac{x}{2} - \frac{y^2}{3}\right) \left(\frac{x^2}{4} + \frac{xy^2}{6} + \frac{y^4}{9}\right)$$



$$28)(x^{-2} + y^{-3})(x^{-4} - x^{-2}y^{-3} + y^{-6})$$

$$29)(3x + 4y)(9x^2 - 12xy + 16y^2)$$

$$30)(x + 2y - z)((x + 2y)^2 + z(x + 2y) + z^2)$$

$$31)(2x + y^2 + 3)(4x^2 + 4xy^2 + y^4 - 6x - 3y^2 + 9)$$

$$32)(abc + 1)(a^2b^2c^2 - abc + 1)$$

$$33)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2)(\sqrt{x} - \sqrt{y})$$

$$34)\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$35)(x^2 + y^2 + xy)[(x - y)^2 + xy]$$

$$36)x(1 - x)(1 + x)(x^2 + x^6 + x^4)$$

$$37)\left(2x - \frac{1}{2}\right)(2x - 2)$$

$$38)(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)$$

$$39)\left(\frac{1}{x} - 1\right)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2}\right)$$

$$40)(x + y + 1)(x + y - 2)$$

$$41)(x^2 - 1 + x)(x^2 + 2 + x)$$

$$42)(a^m + 2)(3a^m - 1)$$

$$43) \left( \frac{x+1}{x-1} + x \right) \left( \frac{x+1}{x-1} - 1 \right)$$

$$44) (a^2 + 3a - 2)(a^2 + 3a + 5)$$

$$45) (x - 2)(x + 2)(x^2 + 7)$$

$$46) (a + 4)(a^2 + a - 13)(a - 3)$$

$$47) (x^2 + 1)(x^4 + 1 - x^2)(x^6 - 5)$$

$$48) (x^2 - 3)(x^4 - 2x^2 + 7)(x^2 + 1)$$

$$49) (x^2 + 1)(x^2 + \sqrt{3}x + 1)(x^2 - \sqrt{3}x + 1)$$

$$50) (x - 2)(x^2 + 1)(x^4 - 3x^2 + 4)$$

$$51) (x - 3)(x + 3) - (x - 6)(x + 6)$$

$$52) \left( a - \frac{1}{2} \right) \left( a^2 + \frac{a}{2} + \frac{1}{4} \right)$$

$$53) (y - 2)(y + 2)(y^2 + 5)$$

۷۶- اگر  $x + y = 5$  و  $x^2 - y^2 = -45$  باشد، مقدار  $x - y$  را بدست آورید.

۷۷- اگر  $x + y = 10$  و  $xy = 7$ ، مقدار  $x^3 + y^3$  را حساب کنید.

۷۸- اگر  $x - \frac{1}{x} = a$  باشد مطلوب است محاسبه‌ی عبارت‌های زیر: ( $x > 0$ )

$$x^3 + \frac{1}{x^3} \text{ (د)}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} \text{ (ج)}$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2} \text{ (ب)}$$

$$x + \frac{1}{x} \text{ (الف)}$$

۷۹- اگر به ازای همه‌ی مقادیر  $x$  تساوی زیر برقرار باشد مقدار  $a + b$  را بیابید.

$$1 + x + 2x^2 - x^3 = 3 + a(x - 2) + b(x - 2)^2 - (x - 2)^3$$

۸۰- به روش دسته‌بندی تجزیه کنید.

$$1) ac - bc + ad - bd$$

$$2) 1 + a + a^2 + a^3$$

$$3) mx - 2my - nx + 2ny$$

$$4) 6x^2 - 9ax + 4bx - 6ab$$

$$5) x^2 + 10y - y^2 - 25$$

$$6) a^9 - 64a^3 - a^6 + 64$$

$$7) 9a^2 - 16b^2 - 3a - 4b$$

$$8) y^2 + (b + c)y + bc$$

$$9) c^2 + d - d^2 - c$$

$$10) 3xy - x^2y - 6 + 2x$$

$$11) ax^3 + x^2 + x + 1 - a$$

$$12) x^4 + x^3 + 2x + 2$$

$$13) x^2 + ax^2 - bx - ab$$

۸۱- چند جمله‌ای‌های زیر را به روش افزودن، کاستن و یا شکستن جملات تجزیه کنید.

$$1) x^4 + 4$$

$$2) 3x^2 + 7x + 2$$

$$3) a^2 - ab - 2b^2$$

$$4) x^4 + x^2 + 1$$

$$5) x^4 - 10x^2y^2 + 9y^2$$

۸۲- تجزیه کنید:

$$1) (x^2 - 1)^2 - (y^2 - 1)^2$$

$$2) x^8y^6 - x^2y^3$$

$$3) 27x^4 - \frac{1}{3}$$

$$4) x^4 - 8x^2 + 16$$

$$5) y^2 - 5xy - 6x^2$$

$$6) 2^{2a} - 2^{a+1} + 1$$

$$7) a^{2m} - 13a^m + 12$$

$$8) (c + d)^2 + 12(c + d) - 13$$

$$9) (x^2 - 2xy + y^2) - 3(x - y) + 2$$

---

$$10) 64x^3 - 343$$

$$11) x^3 + 8x^2 + 7x$$

$$12) x^2 + (a + b + c)x + ab + ac$$

$$13) x^5 - 9x^3 + 20x$$

$$14) (x^2 + 3x)^2 - 2(x^2 + 3x) - 8$$

$$15) x^2 + 4xy + 4y^2 - 2x - 4y - 3$$

$$16) a^4b^3c^2 + 2a^3b^3c^3 + a^2b^3c^4$$

$$17) 6a^3 - 24ab^2 - 3a^2b + 12b^3$$

$$18) (x^2 - 8x + 8)^2 - 64$$

$$19) (x + 2)(x^2 + 25) - 10x^2 - 20x$$

$$20) a(a - 2)(a - 4) + 4a - 8$$

$$21) at^4 - 13at^2 + 36a$$

$$22) n^4 - 2n^2 + 49$$

$$23) x^4 + x^2y^2 - 2y^4$$

$$24) (5x + 2y)^2 - (3x - y)^2$$

$$25) 8x^3 - 4x^2 - 2x + 1$$

$$26) a^2 - 4ab + 4b^2 - x^2 - 1 + 2x$$

$$27) b^8 x^6 - 64b^2 y^6$$

$$28) x^5 + x + 1$$

$$29) a^{5n} + a^n + 1$$

$$30) x^3 + x^2 - x + 2$$

۸۳- اگر  $c^2 - d^2 = 30$  و  $c - d = -5$  باشد، مطلوب است محاسبه‌ی:

$$(c + d) - 11$$

۸۴- اگر داشته باشیم  $a + b = 5$  و  $ab = 2$ ، مطلوب است محاسبه‌ی:

$$\text{الف) } a^2 + b^2$$

$$\text{ب) } a^2 - b^2 (a > b)$$

۸۵- در جاهای خالی عبارات مناسب قرار دهید تا برابری‌ها درست شوند.

$$\text{الف) } 25a^2 - \dots = (\dots - 6x)(\dots + 6x)$$

$$\text{ب) } \dots - 0/64 y^2 = (0/9x + \dots)(\dots - \dots)$$

$$\text{ج) } x - \dots = (\dots - \dots)(\dots + \sqrt{y})$$

$$\text{د) } (x + 8)(x \dots) = x^2 + \dots - 32$$

$$\text{ه) } (3x - \dots)(\dots + 5) = 9x^2 - 3x \dots$$

$$\text{و) } (4x \dots) \left( 16x^3 \dots + \frac{1}{4} \right) = 64x^3 - \frac{1}{8}$$

$$\text{ن) } (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\dots) = a - b$$

$$\text{ی) } (2a - \dots)^3 = \dots - 6a^2 b^2 + \dots - \dots$$