فصل اوّل

عدد و الگوهای عددی

بخش اوّل : الگوهای عددی

به رشته‌های عددی زیر دقّت کنید.

الف) ۲ , ۴ , ۶ , ۸ , ۱۰ , ...

ب) ۱ , ۳ , ۵ , ۷ , ۹ , ...

ج) ۳ , ۶ , ۹ , ۱۲ , ...

د) ۵ , ۱۰ , ۱۵ , ۲۰ , ...

هـ) ۱۰ , ۱۸ , ۲۶ , ۳۴ , ...

در رشته‌های عددی بالا، اعداد به‌صورت منظّم در حال زیاد شدن هستند. در هرکدام از این رشته‌ها، فاصله‌ی بین اعداد مساوی است.

+۲ +۲ +۲ +۲

الف) ۲ , ۴ , ۶ , ۸ , ۱۰ , ...

فاصله‌ی بین اعداد، ۲ واحد است.

+۲ +۲ +۲ +۲

ب) ۱ , ۳ , ۵ , ۷ , ۹ , ...

فاصله‌ی بین اعداد، ۲ واحد است.

+۳ +۳ +۳

ج) ۳ , ۶ , ۹ , ۱۲ , ...

فاصله‌ی بین اعداد، ۳ واحد است.

+۵ +۵ +۵

د) ۵ , ۱۰ , ۱۵ , ۲۰ , ...

فاصله‌ی بین اعداد، ۵ واحد است.

+۸ +۸ +۸

هـ) ۱۰ , ۱۸ , ۲۶ , ۳۴ , ...

فاصله‌ی بین اعداد، ۸ واحد است.

همانطور که گفتیم، در این رشته‌های عددی، اعداد به‌صورت منظّم در حال زیاد شدن هستند و فاصله‌ی بین اعداد مساوی است. بنابراین بین اعداد، یک «الگو» وجود دارد.

گاهی می‌توانیم برای رشته‌های عددی یک رابطه‌ی ریاضی بنویسیم. برای پیدا کردن این رابطه، می‌توانیم از مراحل زیر کمک بگیریم.

- برای هر عدد، شماره درنظر بگیریم. عدد اوّل (۱) ، عدد دوم (۲)، عدد سوم (۳) و ...
- اعداد و شماره‌ی آن‌ها را درون یک جدول قرار دهیم.
- سعی کنیم هر عدد را با استفاده از شماره‌ی عدد و فاصله‌ی بین اعداد، به‌دست آوریم.

در این‌جا این مراحل را روی رشته‌ی عددی قسمت (الف) که قبلاً مشاهده کردیم، انجام می‌دهیم.

- برای اعداد شماره قرار می‌دهیم. (فاصله‌ی بین اعداد ۲ است) ۲ , ۴ , ۶ , ۸ , ۱۰ , ...
- آن‌ها را درون جدول قرار می‌دهیم.

عدد	۲	۴	۶	۸	۱۰	...
شماره‌ی عدد	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)	...
رابطه	۱×۲	۲×۲	۳×۲	۴×۲	۵×۲	...

اگر دقّت کنید، هر عدد از ضرب شماره‌ی عدد، در ۲ به‌دست می‌آید، یا به زبان ساده‌تر، کافی است شماره‌ی عدد را در فاصله‌ی بین اعداد (یعنی عدد ۲) ضرب کنیم. پس رابطه‌ی این رشته به‌صورت مقابل است: ۲ × شماره‌ی‌عدد = عدد : رابطه

با این حساب مثلاً اگر هفتاد و سومین عدد این رشته را بخواهیم به‌دست آوریم، باید شماره‌ی عدد، یعنی ۷۳ را در ۲ ضرب کنیم:

۱۴۶ = ۲ × ۷۳ = هفتادوسومین‌عدد الگو

مثال ۱ **در رشته‌ی بالا، عدد ۳۱۲ چندمین عدد رشته است؟**

وقتی گفته می‌شود چندمین عدد رشته، یعنی شماره‌ی عدد، خواسته شده است. می‌دانیم برای به‌دست آوردن عدد در این رشته، باید شماره‌ی عدد را در ۲ ضرب کنیم. اکنون باید مسیر برعکس را برویم، چون این بار از روی عدد می‌خواهیم شماره‌ی آن را پیدا کنیم. کافی است عدد را بر ۲ تقسیم کنیم: ۱۵۶ = ۲ ÷ ۳۱۲ = شماره‌ی عدد ⇐ ۲ ÷ عدد = شماره‌ی عدد

نکته

به اعداد این رشته (... , ۸ , ۶ , ۴ , ۲)، اعداد زوج گفته می‌شود.

مثال ۲ **در رشته‌ی عددی مقابل، رابطه‌ی بین اعداد را به‌دست آورید.** ۳ , ۶ , ۹ , ۱۲ , ...

در این‌جا فاصله‌ی بین اعداد ۳ تا ۳ تا است. اگر اعداد ۱، ۲، ۳ و ... را در ۳ ضرب کنیم، اعداد مورد نظر ما به‌دست می‌آیند:

۱×۳ = ۳ , ۲×۳ = ۶ , ۳×۳ = ۹ , ...

عدد	۳	۶	۹	۱۲	...
شماره‌ی عدد	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	...
رابطه	۱×۳	۲×۳	۳×۳	۴×۳	...

پس رابطه‌ی بین این اعداد به‌صورت مقابل است: ۳ × شماره‌ی عدد = عدد

مثال ۳ **در رشته‌ی عددی بالا، عدد شماره‌ی ۱۰۷ را بیابید.** ۳۲۱ = ۳ × ۱۰۷ = ۳ × شماره‌ی عدد = عدد شماره‌ی ۱۰۷

مثال ۴ **در رشته‌ی عددی بالا، عدد ۷۲۰۰ چندمین عدد است؟** باید مسیر را برعکس برویم تا شماره‌ی عدد به‌دست آید:

۲۴۰۰ = ۳ ÷ ۷۲۰۰ = ۳ ÷ عدد = شماره‌ی عدد

تذکر

گاهی وقتی شماره‌ی عدد را در فاصله‌ی بین اعداد ضرب می‌کنیم، عدد مورد نظر به‌دست نمی آید. در اینجا دو حالت پیش می آید که با چند مثال آن‌ها را بررسی می‌کنیم.

حالت اوّل: لازم است به شماره‌ی عدد، مقداری اضافه یا کم کنیم.

مثال ۵ **برای رشته‌ی عددی مقابل، رابطه‌ی بین اعداد را بنویسید.** ۳۵ , ۴۰ , ۴۵ , ۵۰ , ...

همانگونه که مشاهده می‌کنید، فاصله‌ی بین اعداد ۵ تا ۵ تا است. اگر اعداد ۱، ۲، ۳ و ... را در ۵ ضرب کنیم، اعداد مورد نظر ما به‌دست نمی‌آیند. ۱×۵ = ۵ , ۲×۵ = ۱۰ , ۳×۵ = ۱۵ , ...

حال اگر اعداد رشته‌ی داده‌شده را به‌صورت ضرب اعداد در ۵ بنویسیم، داریم:

(۱) (۲) (۳) (۴) ...
۳۵ ۴۰ ۴۵ ۵۰
↓ ↓ ↓ ↓
۷×۵ ۸×۵ ۹×۵ ۱۰×۵ ...

مشاهده می‌کنیم که شماره‌ی اعداد در ۵ ضرب **نشده** است. بلکه عددی که در ۵ ضرب شده است، ۶ واحد بیش‌تر از شماره‌ی عدد است:

$\underset{۷×۵=۳۵}{\overset{۱×۵}{\downarrow +۶}}$, $\underset{۸×۵=۴۰}{\overset{۲×۵}{\downarrow +۶}}$, $\underset{۹×۵=۴۵}{\overset{۳×۵}{\downarrow +۶}}$

عدد	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰	...
شماره‌ی عدد	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	...
رابطه	(۱+۶)×۵	(۲+۶)×۵	(۳+۶)×۵	(۴+۶)×۵	...

پس در این رشته‌ی عددی، باید ابتدا ۶ واحد به شماره‌ی عدد اضافه کرده و سپس آن را در فاصله‌ی بین اعداد (یعنی ۵)، ضرب کنیم. بنابراین رابطه‌ی ریاضی در این الگو به‌صورت مقابل می‌باشد:

عدد = (شماره‌ی عدد + ۶) × ۵

مثال ۶ **رابطه‌ی بین اعداد رشته‌ی عددی مقابل را بنویسید.** **۹۰ , ۱۰۰ , ۱۱۰ , ۱۲۰ , ۱۳۰ , ...**

فاصله‌ی بین اعداد، ۱۰ تا ۱۰ تا است. امّا اگر اعداد ۱، ۲، ۳ و ... را در ده ضرب کنیم، اعداد مورد نظر به‌دست **نمی‌آیند**:

۱×۱۰=۱۰ ، ۲×۱۰=۲۰ ، ۳×۱۰=۳۰ ، ...

اگر اعداد رشته‌ی داده‌شده را به‌صورت ضرب اعداد در ۱۰ بنویسیم، داریم:

(۱) (۲) (۳) (۴) (۵)
۹۰ ، ۱۰۰ ، ۱۱۰ ، ۱۲۰ ، ۱۳۰
۹×۱۰ ۱۰×۱۰ ۱۱×۱۰ ۱۲×۱۰ ۱۳×۱۰

مشاهده می‌کنید که شماره‌ی اعداد در ۱۰ ضرب **نشده** است، بلکه عددی که در ۱۰ ضرب شده است، ۸ واحد بیش‌تر از شماره‌ی عدد است.

$\underset{۹×۱۰=۹۰}{\overset{۱×۱۰}{\downarrow +۸}}$ $\underset{۱۰×۱۰=۱۰۰}{\overset{۲×۱۰}{\downarrow +۸}}$ $\underset{۱۱×۱۰=۱۱۰}{\overset{۳×۱۰}{\downarrow +۸}}$ $\underset{۱۲×۱۰=۱۲۰}{\overset{۴×۱۰}{\downarrow +۸}}$

پس در این رشته‌ی عددی، باید ابتدا ۸ واحد به شماره‌ی عدد اضافه کرده و سپس آن را در فاصله‌ی بین اعداد (یعنی ۱۰)، ضرب کنیم:

عدد	۹۰	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰	۱۳۰	...
شماره‌ی عدد	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)	...
رابطه	(۱+۸)×۱۰	(۲+۸)×۱۰	(۳+۸)×۱۰	(۴+۸)×۱۰	(۵+۸)×۱۰	...

بنابراین رابطه‌ی ریاضی در این الگو به‌صورت مقابل است: عدد = (شماره‌ی عدد + ۸) × ۱۰

مثال ۷ **در رشته‌ی عددی بالا، عدد شماره‌ی ۱۹۰، چه عددی است؟**

عدد = (شماره‌ی عدد + ۸) × ۱۰ = (۱۹۰ + ۸) × ۱۰ = ۱۹۸ × ۱۰ = ۱۹۸۰

مثال ۸ در رشته‌ی عددی مثال(۶)، عدد ۲۲۰، عدد شماره‌ی چند است؟

در اینجا باید مسیر برعکس را طی کنیم، یعنی ابتدا عدد را بر ۱۰ تقسیم کرده و سپس ۸ واحد از آن کم کنیم تا شماره‌ی عدد به‌دست آید. $۲۲۰ \xrightarrow{\div ۱۰} ۲۲ \xrightarrow{-۸} ۱۴ \Rightarrow$ بنابراین عدد ۲۲۰، عدد شماره‌ی ۱۴ رشته‌ی عددی است.

حالت دوم: پس از ضرب شماره‌ی عدد در فاصله‌ی بین اعداد، باید به حاصل مقداری اضافه کنیم یا از آن، مقداری کم کنیم.

مثال ۹ رابطه‌ی بین اعداد در رشته‌ی عددی مقابل را بنویسید. **۷ , ۱۱ , ۱۵ , ۱۹ , ...**

این اعداد ۴ تا ۴ تا زیاد می‌شوند. امّا اگر اعداد ۱، ۲، ۳ و ... را در ۴ ضرب کنیم، اعداد مورد نظر به‌دست نمی‌آیند.

$۱\times۴=۴$ ، $۲\times۴=۸$ ، $۳\times۴=۱۲$

با کمی دقّت مشاهده می‌کنید که باید به همه‌ی این اعداد ۳ واحد اضافه کنیم تا اعداد مورد نظر به‌دست آید.

$۱\times۴+۳=۷$ ، $۲\times۴+۳=۱۱$ ، $۳\times۴+۳=۱۵$ ، $۴\times۴+۳=۱۹$

عدد	۷	۱۱	۱۵	۱۹	...
شماره‌ی عدد	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	...
رابطه	$۱\times۴+۳$	$۲\times۴+۳$	$۳\times۴+۳$	$۴\times۴+۳$	...

پس در این رشته‌ی عددی، برای به‌دست آوردن عدد، باید شماره‌ی عدد را در ۴ ضرب کرده و سپس ۳ واحد به آن اضافه کنیم، بنابراین رابطه به‌صورت مقابل خواهد بود: عدد = شماره‌ی عدد × ۴ + ۳

مثال ۱۰ رابطه‌ی بین اعداد رشته‌ی عددی مقابل را بنویسید. **۱ , ۳ , ۵ , ۷ , ...**

فاصله‌ی بین اعداد این رشته‌ی عددی ۲ تا ۲ تا است. امّا اگر اعداد ۱، ۲، ۳ و ... را در ۲ ضرب کنیم، اعداد مورد نظر به‌دست نمی‌آیند.

$۱\times۲=۲$ ، $۲\times۲=۴$ ، $۳\times۲=۶$ ، $۴\times۲=۸$

اگر دقّت کنید، مشاهده می‌کنید اعدادی که به‌دست آمده‌اند، یک واحد بیش‌تر از اعداد داده‌شده در رشته‌ی عددی هستند.

$۱\times۲-۱=۱$ ، $۲\times۲-۱=۳$ ، $۳\times۲-۱=۵$ ، $۴\times۲-۱=۷$

عدد	۱	۳	۵	۷	...
شماره‌ی عدد	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	...
رابطه	$۱\times۲-۱$	$۲\times۲-۱$	$۳\times۲-۱$	$۴\times۲-۱$	...

پس در این رشته‌ی عددی، باید شماره‌ی عدد را در ۲ ضرب کرده و سپس یک واحد از آن کم کنیم تا عدد مورد نظر به‌دست آید.

عدد = شماره‌ی عدد × ۲ - ۱

نکته

به اعداد این رشته‌ی عددی، اعداد فرد گفته می‌شود. اعداد فرد: ۱ , ۳ , ۵ , ۷ , ...

مثال ۱۱ چهل و پنجمین عدد فرد، چه عددی است؟

عدد = شماره‌ی عدد × ۲ - ۱ = ۴۵ × ۲ - ۱ = ۹۰ - ۱ = ۸۹

مثال ۱۲ **عدد ۱۳۷، چندمین عدد فرد است؟** برای به‌دست آوردن شماره‌ی عدد، باید مسیر برعکس را برویم، یعنی ابتدا یک واحد به عدد اضافه کرده و سپس عدد را بر ۲ تقسیم کنیم.

بنابراین عدد ۱۳۸، شصت و نهمین عدد فرد است. $۱۳۷ \xrightarrow{+۱} ۱۳۸ \xrightarrow{\div ۲} ۶۹$

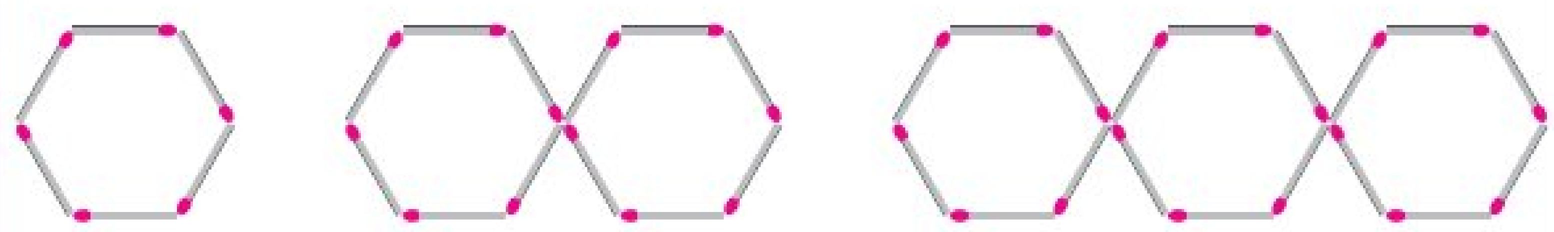
الگوهای شکلی: در برخی از مسائل به‌جای الگوهای عددی، از الگوهای شکلی استفاده می‌شود. برای به‌دست آوردن رابطه‌ی بین شکل‌ها، کافی است ابتدا تعداد اعضای هر شکل را شمارش کرده و الگوی شکلی را به الگوی عددی تبدیل کنیم، سپس به سؤالات داده‌شده پاسخ دهیم.

مثال ۱۳ **با توجّه به الگوی شکلی زیر، به سؤالات داده‌شده پاسخ دهید.**

الف) رابطه‌ی مربوط به شکل‌ها را بنویسید.

ب) شکل چهل و نهم از چند چوب کبریت ساخته شده است؟

ج) کدام شکل از ۱۴۴ چوب کبریت تشکیل شده است؟



(۱) (۲) (۳)

شکل اوّل دارای ۶، شکل دوم دارای ۱۲، شکل سوم دارای ۱۸ و ... چوب کبریت است. فاصله‌ی تعداد چوب کبریت‌ها، ۶ تا ۶ تا است. مشاهده می‌کنید که در این شکل‌ها برای به‌دست آوردن تعداد چوب کبریت‌های هر شکل، کافی است شماره‌ی شکل را در ۶ ضرب کنیم:

تعداد چوب کبریت‌ها	۶	۱۲	۱۸	...
شماره‌ی شکل	(۱)	(۲)	(۳)	...
رابطه	۶×۱	۶×۲	۶×۳	...

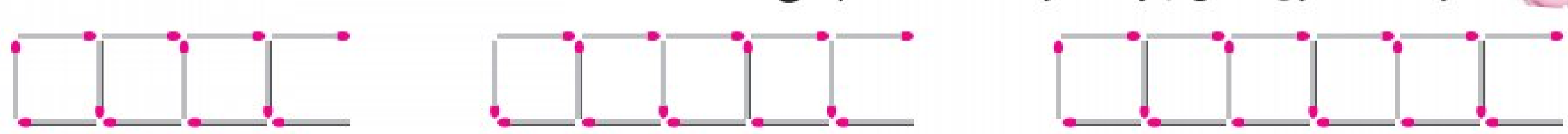
الف) تعداد چوب کبریت‌های هر شکل = شماره‌ی شکل × ۶

ب) تعداد چوب کبریت‌های شکل چهل و نهم = ۶ × ۴۹ = ۲۹۴

ج) برای این‌که شماره‌ی شکل را به‌دست آوریم، باید مسیر برعکس را طی کنیم، یعنی عدد را بر ۶ تقسیم کنیم:

شماره ی شکل = ۱۴۴ ÷ ۶ = ۲۴ ⇐ شکل شماره‌ی ۲۴، دارای ۱۴۴ چوب کبریت است.

مثال ۱۴ **با توجّه به الگوی شکل زیر، به سؤالات داده‌شده پاسخ دهید.**



(۱) (۲) (۳)

الف) رابطه‌ی شکل را بنویسید.

ب) کدام شکل دارای ۲۳۱ چوب کبریت است؟

شکل اوّل دارای ۱۲ چوب کبریت، شکل دوم دارای ۱۵ چوب کبریت و شکل سوم دارای ۱۸ چوب کبریت است. فاصله‌ی تعداد چوب کبریت‌های شکل‌ها ۳ تا ۳ تا است. اگر اعداد ۱، ۲، ۳ و ... را در عدد ۳ ضرب کنیم، اعداد مورد نظر به‌دست نمی‌آیند.

۳ = ۳ × ۱ ، ۶ = ۳ × ۲ ، ۹ = ۳ × ۳ ، ...

اگر تعداد چوب کبریت‌ها را به‌صورت ضرب عدد سه بنویسیم، داریم:

(۱)	(۲)	(۳)
۱۲ ،	۱۵ ،	۱۸
۳ × ۴	۳ × ۵	۳ × ۶

مشاهده می‌کنید که باید به شماره‌ی شکل، ۳ واحد اضافه کرده و سپس آن را در ۳ ضرب کنیم:

۱ × ۳ ‏(۳+)↓ ۴ × ۳ = ۱۲ ، ۲ × ۳ ‏(۳+)↓ ۵ × ۳ = ۱۵ ، ۳ × ۳ ‏(۳+)↓ ۶ × ۳ = ۱۸

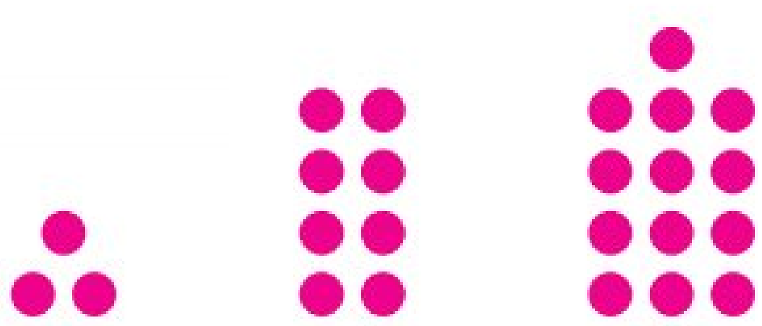
پس رابطه‌ی شکل‌ها در این الگو به این صورت است که ابتدا باید سه واحد به شماره‌ی شکل اضافه کرده و سپس آن را در ۳ ضرب کنیم:

تعداد چوب کبریت‌های شکل	۱۲	۱۵	۱۸	...
شماره‌ی شکل	(۱)	(۲)	(۳)	...
رابطه	۳ × (۱ + ۳)	۳ × (۲ + ۳)	۳ × (۳ + ۳)	...

الف) تعداد چوب کبریت‌های شکل = (شماره‌ی شکل + ۳) × ۳

ب) برای این‌که شماره‌ی یک شکل را پیدا کنیم، باید مسیر برعکس را طی کنیم، یعنی تعداد چوب کبریت‌ها را بر ۳ تقسیم کرده و سپس ۳ واحد از آن کم کنیم: ۲۳۱ ‏(۳÷)⟵ ۷۷ ‏(۳-)⟵ ۷۴ ⇐ بنابراین شکل شماره‌ی ۷۴، دارای ۲۳۱ چوب کبریت است.

مثال ۱۵ **با توجّه به الگوی شکل داده‌شده، به سؤالات زیر پاسخ دهید.**



(۱) (۲) (۳)

الف) رابطه‌ی مربوط به این الگو را بنویسید.

ب) کدام شکل دارای ۱۰۸ دایره است؟

شکل اوّل دارای ۳، شکل دوم دارای ۸ و شکل سوم دارای ۱۳ دایره است. در این‌جا فاصله‌ی بین تعداد دایره‌های هر شکل با شکل بعدی ۵ تا است. امّا اگر اعداد ۱، ۲، ۳ و ... را در ۵ ضرب کنیم، اعداد مورد نظر به‌دست نمی‌آیند.

۱ × ۵ = ۵ ، ۲ × ۵ = ۱۰ ، ۳ × ۵ = ۱۵

اگر دقّت کنید، تعداد دایره‌های شکل، ۲تا کم‌تر از حاصل‌ضرب اعداد ۱، ۲، ۳ و ... در ۵ است:

۱ × ۵ - ۲ = ۳ ، ۲ × ۵ - ۲ = ۸ ، ۳ × ۵ - ۲ = ۱۳

پس در این الگو برای به‌دست آوردن تعداد دایره‌های هر شکل، باید شماره‌ی شکل را در ۵ ضرب کرده و سپس ۲ واحد از آن کم کنیم:

تعداد دایره‌های شکل	۳	۸	۱۳	...
شماره‌ی شکل	(۱)	(۲)	(۳)	...
رابطه	(۱ × ۵) - ۲	(۲ × ۵) - ۲	(۳ × ۵) - ۲	...

الف) تعداد دایره‌های هر شکل = (شماره‌ی شکل × ۵) - ۲

ب) برای این‌که شماره‌ی شکل را به‌دست آوریم، باید مسیر بر عکس را طی کنیم، یعنی ابتدا ۲ واحد به آن اضافه کرده و سپس آن را بر ۵ تقسیم کنیم: ۱۰۸ ‏(۲+)⟵ ۱۱۰ ‏(۵÷)⟵ ۲۲ ⇐ بنابراین شکل شماره‌ی ۲۲ دارای ۱۰۸ دایره است.

اعداد زوج: قبلاً گفته شد که به اعداد ... , ۱۴ , ۱۲ , ۱۰ , ۸ , ۶ , ۴ , ۲ اعداد زوج گفته می‌شود. رقم یکان این اعداد شامل ارقام ۰، ۲، ۴، ۶ یا ۸ است.

اعداد فرد: به اعداد رشته‌ی ... , ۱۵ , ۱۳ , ۱۱ , ۹ , ۷ , ۵ , ۳ , ۱ اعداد فرد می‌گویند. رقم یکان این اعداد، شامل ارقام ۱، ۳، ۵، ۷ یا ۹ است.

رابطه‌ی بین اعداد زوج و فرد

جمع اعداد زوج و فرد:

- حاصل جمع دو عدد فرد، همواره عددی زوج است. ۱۷ + ۲۵ = ۴۲ ، ۳ + ۵ = ۸
- حاصل جمع دو عدد زوج، همواره عددی زوج است. ۵۸ + ۴۰ = ۹۸ ، ۱۲ + ۲۴ = ۳۶
- حاصل جمع یک عدد فرد و یک عدد زوج، عددی فرد است. ۴۸ + ۱۱ = ۵۹ ، ۵۳ + ۲۰ = ۷۳

تفریق اعداد زوج و فرد:

- حاصل تفریق دو عدد فرد، همواره عددی زوج است. ۲۷ - ۱۹ = ۸ ، ۱۵ - ۱۱ = ۴
- حاصل تفریق دو عدد زوج، همواره عددی زوج است. ۲۴ - ۲ = ۲۲ ، ۱۶ - ۶ = ۱۰
- حاصل تفریق یک عدد زوج و یک عدد فرد، همواره عددی فرد است. ۲۴ - ۱۳ = ۱۱ ، ۱۷ - ۱۲ = ۵

ضرب اعداد زوج و فرد:

- حاصل ضرب دو عدد فرد، همواره عددی فرد است. ۷ × ۱۳ = ۹۱ ، ۵ × ۱۱ = ۵۵
- حاصل ضرب دو عدد زوج، همواره عددی زوج است. ۶ × ۱۲ = ۷۲ ، ۸ × ۴ = ۳۲
- حاصل ضرب یک عدد زوج و یک عدد فرد، همواره عددی زوج است. ۱۲ × ۷ = ۸۴ ، ۵ × ۸ = ۴۰

تذکر

از آن‌جا که ممکن است حاصل تقسیم اعداد زوج و فرد، اعشاری شود، پس نمی‌توان برای آن‌ها رابطه‌ای مانند آن‌چه برای جمع و تفریق و ضرب گفته شد، بنویسیم.

مثال ۱۶ اگر ○ نشانگر یک عدد زوج و △ نشان‌گر یک عدد فرد باشد، حاصل عبارت‌های زیر، زوج است یا فرد؟

الف) (○ + △) × △ ب) (△ + ○) × (○ − △)

ابتدا مشخّص می‌کنیم حاصل پرانتز فرد است یا زوج:

الف) $\underbrace{(\text{زوج} + \text{فرد})}_{\text{فرد}}$ × فرد ⇐ فرد × فرد = فرد

ب) $\underbrace{(\text{زوج} + \text{فرد})}_{\text{فرد}} \times \underbrace{(\text{فرد} - \text{زوج})}_{\text{فرد}}$ ⇐ فرد × فرد = فرد

مضارب یک عدد: فرض کنید اعداد ۱، ۲، ۳ و ... را در یک عدد دلخواه مثل ۵ ضرب کنیم. اعدادی که به‌دست می‌آیند را مضارب طبیعی عدد ۵ می‌گوییم. در واقع این اعداد از ۵ شروع می‌شوند و ۵ تا ۵ تا اضافه می‌شوند.

۱ × ۵ = ۵ ، ۲ × ۵ = ۱۰ ، ۳ × ۵ = ۱۵ ، ۴ × ۵ = ۲۰ ، ... ⇐ مضارب عدد ۵: ۵ , ۱۰ , ۱۵ , ۲۰ , ... (+۵ , +۵ , +۵)

مثال ۱۷ مضارب طبیعی عدد ۸ را بنویسید.

۱ × ۸ = ۸ ، ۲ × ۸ = ۱۶ ، ۳ × ۸ = ۲۴ ، ۴ × ۸ = ۳۲ ، ...

⇐ مضارب عدد ۸: ۸ , ۱۶ , ۲۴ , ۳۲ , ... (+۸ , +۸ , +۸)

مشاهده می‌کنید که:

- برای هر عددی می‌توان بی‌شمار مضرب نوشت.
- کوچک‌ترین مضرب طبیعی هر عدد، خودش است.
- برای نوشتن مضارب طبیعی یک عدد، کافی است ابتدا خودش را نوشته و سپس به‌طور مرتّب به‌اندازه‌ی خودش به هر عدد اضافه کنیم.

نکته

برای نوشتن یک مضرب دلخواه از یک عدد، کافی است شماره‌ی مضرب را در عدد ضرب کنیم.

مثال۱۸ **بیست و سومین مضرب عدد ۷ را بنویسید.** کافی است ۲۳ را در عدد ۷ ضرب کنیم. $۲۳ \times ۷ = ۱۶۱$

مثال۱۹ **اختلاف نهمین مضرب ۱۳ و هشتمین مضرب ۱۵ چه قدر است؟**

نهمین مضرب ۱۳ = ۹×۱۳ = ۱۱۷
هشتمین مضرب ۱۵ = ۸×۱۵ = ۱۲۰
⇐ اختلاف = ۱۲۰ − ۱۱۷ = ۳

مثال۲۰ **مضارب طبیعی دو عدد ۴ و ۶ را بنویسید و آنقدر این کار را ادامه دهید تا بتوانید سه عدد که هم مضرب ۴ و هم مضرب ۶ هستند را بین آن‌ها مشخّص کنید.**

مضارب طبیعی عدد۴: ۴ , ۸ , ۱۲ , ۱۶ , ۲۰ , ۲۴ , ۲۸ , ۳۲ , ۳۶ , ۴۰ , ...

مضارب طبیعی‌عدد۶: ۶ , ۱۲ , ۱۸ , ۲۴ , ۳۰ , ۳۶ , ۴۲ , ...

مشاهده می‌کنید که اعداد ۱۲، ۲۴، ۳۶ و ... هم مضرب ۴ و هم مضرب ۶ هستند. با ادامه دادن مضارب طبیعی ۴ و ۶، می‌توانیم باز هم عددهایی مانند ۱۲، ۲۴ و ۳۶ پیدا کنیم که هم مضرب ۴ و هم مضرب ۶ باشند. (به این مضرب‌ها، مضرب مشترک هم می‌گویند.)

توجه وقتی اوّلین عددی که هم مضرب ۴ و هم مضرب ۶ است را پیدا کردیم، برای نوشتن بقیّه‌ی مضرب‌های مشترک ۴ و ۶، کافی است آن عدد را با خودش جمع کرده و به همین ترتیب با جمع کردن هر عدد با اوّلین مضرب مشترک، الگو را ادامه دهیم. مثلاً در این‌جا اوّلین مضرب مشترک ۴ و ۶، عدد ۱۲ است. پس بقیّه‌ی مضرب‌های مشترک ۴ و ۶ به این صورت هستند:

$$۱۲ \xrightarrow{+۱۲} ۲۴ \xrightarrow{+۱۲} ۳۶ \xrightarrow{+۱۲} ۴۸ , ...$$

مثال۲۱ **برای دو عدد ۸ و ۵، چهار مضرب مشترک بنویسید.** اوّلین مضرب مشترک ۵ و ۸ را پیدا می‌کنیم:

مضارب‌عدد۵: ۵ , ۱۰ , ۱۵ , ۲۰ , ۲۵ , ۳۰ , ۳۵ , ۴۰ , ۴۵ , ...

مضارب‌عدد۸: ۸ , ۱۶ , ۲۴ , ۳۲ , ۴۰ , ۴۸ , ...

مشاهده می‌کنید که اوّلین عددی که هم مضرب ۵ و هم مضرب ۸ است، عدد ۴۰ است. بنابراین برای پیدا کردن بقیّه‌ی اعدادی که هم مضرب ۵ و هم مضرب ۸ هستند، کافی است ۴۰ را با اوّلین مضرب مشترک جمع کرده و به همین ترتیب الگو را ادامه دهیم:

مضارب مشترک‌عددهای۵ و ۸: $۴۰ \xrightarrow{+۴۰} ۸۰ \xrightarrow{+۴۰} ۱۲۰ \xrightarrow{+۴۰} ۱۶۰ , ...$

نکته

① همه‌ی اعداد طبیعی (۱، ۲، ۳ و ...) مضرب عدد یک هستند: ۱×۱=۱ , ۱×۲=۲ , ۱×۳=۳ , ۱×۴=۴ , ...

مضارب عدد ۱: ۱ , ۲ , ۳ , ۴ , ...

② ضرب ۲۱ = ۳ × ۷ را درنظر بگیرید. هرگاه یک ضرب به این شکل داشته باشیم، حاصل ضرب، مضرب هر دو عددی که در هم ضرب شده‌اند می‌باشد. مثلاً در این‌جا، عدد ۲۱ هم مضرب ۳ است و هم مضرب ۷:

مضارب عدد ۳ : ۳ , ۶ , ۹ , ۱۲ , ۱۵ , ۱۸ , ۲۱ , ...

مضارب عدد ۷ : ۷ , ۱۴ , ۲۱ , ۲۸ , ...

چگونه بفهمیم یک عدد، مضرب چه اعدادی است؟

فرض کنید می‌خواهیم ببینیم عدد ۲۰، مضرب چه اعدادی است. برای این کار باید ببینیم عدد ۲۰ را به‌صورت ضرب چه اعدادی می‌توان نوشت:

عدد ۲۰ هم مضرب ۱ است و هم مضرب ۲۰ ‏ ۲۰ = ۱×۲۰

عدد ۲۰ هم مضرب ۲ است و هم مضرب ۱۰ ‏ ۲۰ = ۲×۱۰

عدد ۲۰ هم مضرب ۴ است و هم مضرب ۵ ‏ ۲۰ = ۴×۵

مثال ۲۲ **عدد ۳۰، مضرب چه اعدادی است؟**

عدد ۳۰ هم مضرب ۱ است و هم مضرب ۳۰ ‏ ۳۰ = ۱×۳۰

عدد ۳۰ هم مضرب ۲ است و هم مضرب ۱۵ ‏ ۳۰ = ۲×۱۵

عدد ۳۰ هم مضرب ۳ است و هم مضرب ۱۰ ‏ ۳۰ = ۳×۱۰

عدد ۳۰ هم مضرب ۵ است و هم مضرب ۶ ‏ ۳۰ = ۵×۶

بخش دوم: یادآوری عددنویسی

در سال‌های قبل با نحوه‌ی نوشتن اعداد و خواندن آن‌ها آشنا شدید. در این‌جا کمی آن‌ها را مرور می‌کنیم. می‌دانیم هر عدد از رقم‌های ۰، ۱، ۲، ۳، ... و ۹ تشکیل شده است و برای هر رقم، یک ارزش مکانی وجود دارد. جدول زیر، ارزش مکانی ارقام را در یک عدد نشان می‌دهد.

						هزار			میلیون			میلیارد		
هزارم	صدم	دهم	یکان	دهگان	صدگان	یکان	دهگان	صدگان	یکان	دهگان	صدگان	یکان	دهگان	صدگان

ممیّز

خواندن یک عدد: در اعداد غیر اعشاری، برای خواندن یک عدد، ابتدا سه رقم، سه رقم از سمت راست آن‌ها را جدا کرده و سپس با توجّه به ارزش مکانی هر قسمت، اعداد قسمت‌ها را از سمت چپ می‌خوانیم.

مثلاً برای عدد ۵۰۳۸۷۹۴۳۱۰۲ داریم:

$$\underbrace{۵۰}_{\text{میلیارد}}\,،\,\underbrace{۳۸۷}_{\text{میلیون}}\,،\,\underbrace{۹۴۳}_{\text{هزار}}\,،\,۱۰۲$$

بنابراین، عدد را به این صورت زیر می‌خوانیم: ۵۰ میلیارد و ۳۸۷ میلیون و ۹۴۳ هزار و ۱۰۲ یا: پنجاه میلیارد و سیصد و هشتاد و هفت میلیون و نهصد و چهل و سه هزار و صدو دو

مثال ۲۳ **عدد ۱۰۰۰۷۰۰۴۰۰۵۳ را به حروف بنویسید.**

$$\underbrace{۱۰۰}_{\text{میلیارد}}\,،\,\underbrace{۰۷۰}_{\text{میلیون}}\,،\,\underbrace{۰۴۰}_{\text{هزار}}\,،\,۰۵۳$$

ابتدا از سمت راست، سه رقم سه رقم، ارقام را جدا می‌کنیم:

صد میلیارد و هفتاد میلیون و چهل هزار و پنجاه و سه

دقّت کنید که عددی مثل ۰۷۰ همان ۷۰ و عددی مثل ۰۴۰ همان ۴۰ است.

اعداد اعشاری: برای خواندن یا نوشتن یک عدد اعشاری با کمک حروف نیز، دقیقاً مانند قبل عمل می‌کنیم، یعنی ابتدا قسمت صحیح آن را می‌خوانیم (یا می‌نویسیم) و سپس قسمت اعشاری اعداد را می‌خوانیم.

مثال ۲۴ **اعداد اعشاری داده‌شده را به حروف بنویسید.**

الف) ۷۵۵۴۳۹۶۵/۸۰۲ ⇒ $\underbrace{۷۵}_{\text{میلیون}}،\underbrace{۵۴۳}_{\text{هزار}}،۹۶۵/\underbrace{۸۰۲}_{\text{اعشار}}$

هفتادو پنج میلیون و پانصد و چهل و سه هزار و نهصد و شصت و پنج ممیّز، هشتصد و دو هزارم

ب) ۴۰۰۸۰۰۷۰۰۲/۰۰۳ ⇒ $\underbrace{۴}_{\text{میلیارد}}،\underbrace{۰۰۸}_{\text{میلیون}}،\underbrace{۰۰۷}_{\text{هزار}}،۰۰۲/\underbrace{۰۰۳}_{\text{اعشار}}$ چهار میلیارد و هشت میلیون و هفت هزار و دو ممیّز سه هزارم

مثال ۲۵ **بزرگ‌ترین عدد هفت‌رقمی زوج را به حروف بنویسید.**

بزرگ‌ترین عدد هفت‌رقمی زوج، عدد ۹۹۹۹۹۹۸ است.

نه میلیون و نهصد و نود و نه هزار و نهصد و نود و هشت ⇐ $\underbrace{۹}_{\text{میلیون}}،\underbrace{۹۹۹}_{\text{هزار}}،۹۹۸$

مثال ۲۶ **کوچک‌ترین عدد ۹رقمی و بزرگ‌ترین عدد ۸رقمی فرد را (بدون تکرار ارقام) به حروف بنویسید.**

هنگامی که می‌خواهیم کوچک‌ترین عدد را بنویسیم، باید از سمت چپ، با استفاده از ارقام کوچک شروع به نوشتن عدد کنیم. دقّت کنید چون نمی‌توانیم رقم صفر را در سمت چپ عدد قرار دهیم، اوّلین رقم از سمت چپ را رقم یک قرار می‌دهیم، همچنین از آن‌جا که می‌خواهیم عدد فرد شود، برای یکان، به‌جای رقم ۸، از رقم ۹ استفاده می‌کنیم. ۱۰۲۳۴۵۶۷۹

صد و دو میلیون و سیصد و چهل و پنج هزار و ششصد و هفتاد و نه ⇐ $\underbrace{۱۰۲}_{\text{میلیون}}\ \underbrace{۳۴۵}_{\text{هزار}}\ ۶۷۹$

برای نوشتن بزرگ‌ترین عدد ۸رقمی، از سمت چپ با استفاده از ارقام بزرگ، شروع به نوشتن عدد می‌کنیم. ۹۸۷۶۵۴۳۱

دقّت کنید در رقم یکان به‌جای ۲، از رقم یک استفاده می‌کنیم تا عدد فرد شود.

نود و هشت میلیون و هفتصد و شصت و پنج هزار و چهارصد و سی و یک ⇐ $\underbrace{۹۸}_{\text{میلیون}}\ \underbrace{۷۶۵}_{\text{هزار}}\ ۴۳۱$

مثال ۲۷ **با استفاده از ارقام ۱، ۰، ۷، ۸، ۳ و ۶، اعداد خواسته‌شده را (بدون تکرار ارقام) بنویسید.**

الف) بزرگ ترین عدد زوج ۵رقمی : ۸۷۶۳۰ **ب) کوچک‌ترین عدد فرد چهاررقمی** : ۱۰۳۷

گسترده‌نویسی: برای گسترده‌نویسی یک عدد ابتدا از سمت راست، سه‌رقم سه‌رقم، ارقام را جدا می‌کنیم و در مقابل هر قسمت، به اندازه‌ی ارقام سمت راستش، صفر قرار می‌دهیم و بعد دوباره هر قسمت را از هم جدا می‌کنیم (گسترده می‌نویسیم). مانند:

الف) ۱۹۸۷۶۰۴۰۵۸۰

۵۸۰ = ۵۰۰ + ۸۰

۰۴۰ ۰۰۰ = ۴۰۰۰۰

۸۷۶ ۰۰۰ ۰۰۰ = ۸۰۰۰۰۰۰۰۰ + ۷۰۰۰۰۰۰۰ + ۶۰۰۰۰۰۰

۱۹ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ + ۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰

⇐ ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ + ۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰ + ۸۰۰۰۰۰۰۰۰
+ ۷۰۰۰۰۰۰۰ + ۴۰۰۰۰ + ۵۰۰ + ۸۰

ب) ۵۰۳۰۰۰۰۰۷۴۸۱

۴۸۱ = ۴۰۰ + ۸۰ + ۱

۰۰۷ ۰۰۰ = ۷۰۰۰

۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ = ۰

۵۰۳ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ = ۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ + ۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰

⇐ ۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ + ۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰ + ۷۰۰۰ + ۴۰۰ + ۸۰ + ۱

تذکر

برای گسترده‌نویسی اعداد اعشاری، مانند قبل عمل می‌کنیم و در انتها، قسمت اعشاری را به بقیّه‌ی عدد اضافه می‌کنیم. مانند:

الف) ۹ ۸۰۵ ۲۱۷/۴۳

۰/۴۳ = ۰/۴۰+۰/۰۳

۲۱۷ = ۲۰۰+۱۰+۷

۸۰۵ ۰۰۰ = ۸۰۰۰۰۰+۵۰۰۰

۹ ۰۰۰ ۰۰۰

⇒ ۹۰۰۰۰۰۰+۸۰۰۰۰۰+۵۰۰۰+۲۰۰+۱۰+۷+۰/۴۰+۰/۰۳

ب) ۴۰ ۱۰۰ ۰۷۷ / ۰۷۷

۰/۰۷۷ = ۰/۰۷۰+۰/۰۰۷

۰۷۷ = ۷۰+۷

۱۰۰ ۰۰۰

۴۰ ۰۰۰ ۰۰۰

⇒ ۴۰۰۰۰۰۰۰+۱۰۰۰۰۰+۷۰+۷+۰/۰۷۰+۰/۰۰۷

مقایسه‌ی اعداد

در مقایسه‌ی دو عدد، ابتدا تعداد ارقام آن‌ها را مقایسه می‌کنیم، هر کدام که ارقام بیش‌تری داشت، عدد بزرگ‌تری است. مانند:

الف) ۷۸۹۶۵ < ۱۲۳۴۵۶ (۵ رقم، ۶ رقم)

ب) ۱۰۰۰۰۰۰ > ۹۹۹۹۹۹ (۷ رقم، ۶ رقم)

اگر تعداد ارقام دو عدد مساوی بود، از سمت چپ ارقام دو عدد را مقایسه می‌کنیم، اوّلین رقمی که در دو عدد باهم فرق داشت، عدد بزرگ‌تر را مشخّص می‌کند. مانند:

الف) ۸۷۶۹۱ < ۹۰۰۰۴ (۵ رقم، ۵ رقم)

۹ از ۸ بزرگ‌تر است

ب) ۷۸۶۴۳۲ > ۷۸۵۹۹۹ (۶ رقم، ۶ رقم)

۶ از ۵ بزرگ‌تر است

در اعداد اعشاری، ابتدا قسمت‌های صحیح را مقایسه می‌کنیم، اگر باهم برابر بودند، قسمت‌های اعشاری را مقایسه می‌کنیم. مانند:

قسمت صحیح عدد سمت راست، بزرگ‌تر است.

۸۵۷۸۹/۴۸۷ < ۱۰۰۰۰۱/۰۰ (۵ رقم، ۶ رقم)

قسمت‌های صحیح باهم برابرند، ولی قسمت اعشاری عدد سمت چپ بزرگ‌تر است.

۸۵۴۳۲/۲۰۱ > ۸۵۴۳۲/۰۹۹

نوشتن اعداد به‌صورت تقریبی: برای نمایش یک عدد به‌صورت تقریبی، آن را با توجّه به مقدار تقریبی که برای ما مشخّص کرده‌اند تغییر می‌دهیم.

مثال ۲۸ **عدد ۸۷۵۶۷۵ را با تقریب ۱۰۰۰۰۰ نمایش دهید.** در این‌جا چون تقریب ما ۱۰۰۰۰۰ است، باید اعداد را ۱۰۰۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰۰ تا بررسی کنیم و هرکدام از آن‌ها که عدد ۸۷۵۶۷۵ به‌آن‌ها نزدیک‌تر بود را به‌عنوان عدد تقریبی بنویسیم. عدد ۸۷۵۶۷۵ بین دو عدد ۸۰۰۰۰۰ و ۹۰۰۰۰۰ قرار دارد و از آن‌جا که به عدد ۹۰۰۰۰۰ نزدیک‌تر است، پس آن را به‌صورت تقریبی ۹۰۰۰۰۰ اعلام می‌کنیم (۸۷۵۶۷۵ ≃ ۹۰۰۰۰۰).

مثال ۲۹ **عدد ۱۷۴۹ با تقریب ۱۰۰ به چه عددی تبدیل می‌شود؟** اگر ۱۰۰ تا ۱۰۰ تا اعداد را بررسی کنیم، عدد ۱۷۴۹ بین ۱۷۰۰ و ۱۸۰۰ قرار دارد و از آن‌جا که به عدد ۱۷۰۰ نزدیک‌تر است، پس آن را ۱۷۰۰ اعلام می‌کنیم. ۱۷۰۰ ≃ ۱۷۴۹

مثال ۳۰ **در یک سرشماری، جمعیّت ایران ۷۸۴۷۵۹۴۱ نفر اعلام شده است. جمعیّت ایران را با تقریب‌های ۱۰۰۰۰۰، ۱۰۰۰۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰۰۰ بیان کنید.**

الف) اگر صد هزار، صد هزار اعداد را بررسی کنیم، جمعیّت ایران بین ۷۸۴۰۰۰۰۰ و ۷۸۵۰۰۰۰۰ نفر قرار دارد و چون به ۸۷۵۰۰۰۰۰ نزدیک‌تر است، پس آن را به‌صورت تقریبی ۸۷۵۰۰۰۰۰ نفر اعلام می‌کنیم.

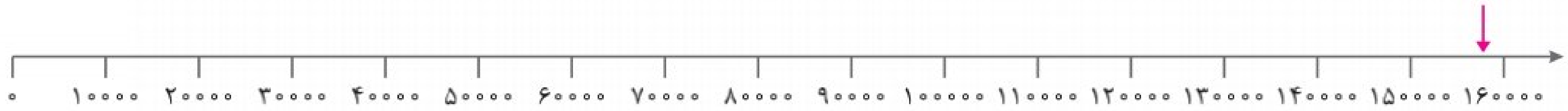
ب) اگر یک میلیون، یک میلیون اعداد را بررسی کنیم، جمعیّت ایران بین ۷۸۰۰۰۰۰۰ و ۷۹۰۰۰۰۰۰ نفر قرار دارد و چون به ۷۸ میلیون نفر نزدیک‌تر است، پس آن را به‌صورت تقریبی، ۷۸ میلیون نفر اعلام می‌کنیم.

ج) اگر ده میلیون، ده میلیون اعداد را بررسی کنیم، جمعیّت ایران بین ۷۰ و ۸۰ میلیون نفر قراردارد و چون به ۸۰ میلیون نزدیک‌تر است، پس آن را به‌صورت تقریبی، ۸۰ میلیون اعلام می‌کنیم.

نمایش اعداد روی محور به‌صورت تقریبی

فرض کنید بخواهیم یک عدد مثل ۱۵۷۹۵۴ را روی محور نمایش دهیم. اگر بخواهیم جای دقیق آن را روی محور نمایش دهیم، باید محور را حدوداً به ۱۶۰۰۰۰ قسمت تقسیم کنیم!!! که کار واقعاً سختی است. بنابراین در این حالت‌ها می‌توانیم ابتدا عدد را به‌صورت تقریبی بیان کنیم. مثلاً این عدد را می‌توانیم با تقریب ۱۰۰۰۰ به‌صورت ۱۶۰۰۰۰ بیان کنیم و آن‌گاه روی محور جای تقریبی آن را نشان دهیم.

دقّت کنید روی محور هم باید واحدها را ۱۰۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰ تا درنظر بگیریم. (یعنی واحدهای محور را به‌اندازه‌ی تقریب انتخاب‌شده قرار می‌دهیم).

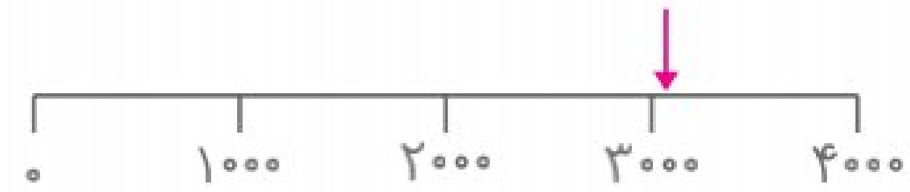


دقّت کنید چون عدد ۱۵۷۹۵۴ کمی از ۱۶۰۰۰۰ کوچک‌تر است، پس فلش را کمی سمت چپ عدد ۱۶۰۰۰۰ قرار دادیم.

مثال ۳۱ **عدد ۳۱۴۷ را روی محور نمایش دهید.**

می‌توانیم این عدد را با تقریبی مثل ۱۰۰۰ نمایش دهیم که آن‌گاه ۳۱۴۷ بین ۳۰۰۰ و ۴۰۰۰ قرار دارد و چون به ۳۰۰۰ نزدیک‌تر است، آن را به‌صورت تقریبی ۳۰۰۰ اعلام می‌کنیم.

دقّت کنید چون ۳۱۴۷ کمی از ۳۰۰۰ بزرگ‌تر است، فلش را سمت راست ۳۰۰۰ قرار دادیم.



سؤال: شاید این سؤال برای شما پیش آمده باشد که در سؤالی مثل مثال بالا، آیا می‌توان عدد ۳۱۴۷ را با تقریب دیگری هم نمایش داد؟

پاسخ: در پاسخ به این سؤال باید گفت بله. شما می‌توانید این عدد را با تقریب‌های دیگری هم نمایش دهید. (هدف نمایش راحت‌تر عدد روی محور است) مثلاً می‌توانید این عدد را با تقریب ۱۰۰ نمایش دهید، آن‌گاه عدد بین ۳۱۰۰ و ۳۲۰۰ قرار دارد که در این صورت چون به ۳۱۰۰ نزدیک‌تر است، آن را تقریباً ۳۱۰۰ بیان می‌کنیم. در این صورت، واحدهای محور را ۱۰۰ تا ۱۰۰ تا شماره‌گذاری می‌کنیم.

همچنین برای راحتی‌کار، می‌توانیم محور را به‌جای صفر، از ۳۰۰۰ نمایش دهیم (شروع کنیم).

در این جا چون ۳۱۴۷ تقریباً وسط ۳۱۰۰ و ۳۲۰۰ است، بهتر است فلش را تقریباً در وسط این دو عدد قرار دهیم. (فلش را سمت چپ خطّ وسط رسم کرده‌ایم، زیرا ۳۱۴۷ از ۳۱۵۰ کمی کوچک‌تر است).

مثال ۳۲ عدد ۸۷۰۰۳۵۸۴ را به‌صورت تقریبی یک بار با تقریب یک میلیون و یک بار با تقریب ده میلیون روی محور نمایش دهید.

الف) با تقریب یک میلیون $\Rightarrow$ ۸۷۰۰۳۵۸۴ $\simeq$ ۸۷۰۰۰۰۰۰

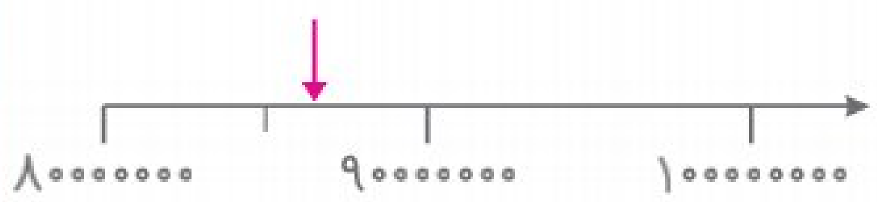
واحدهای محور را یک میلیون یک میلیون قرار می‌دهیم.

عدد مورد نظر کمی از ۸۷ میلیون بزرگ‌تر است (محلّ فلش)

ب) با تقریب ده میلیون $\Rightarrow$ ۸۷۰۰۳۵۸۴ $\simeq$ ۹۰۰۰۰۰۰۰

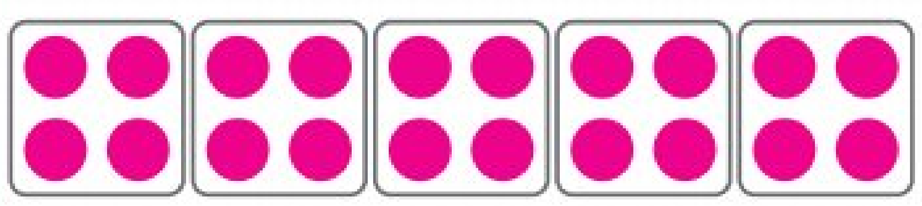
واحدهای محور را ده میلیون، ده میلیون قرار می‌دهیم.

عدد مورد نظر بین ۸۵ و ۹۰ میلیون قراردارد (محلّ فلش)



بخش سوم: بخش‌پذیری

در شکل روبه‌رو ما ۲۰ دایره را به دسته‌های چهارتایی تقسیم کرده‌ایم. مشاهده می‌کنید که هیچ دایره‌ای باقی نماند. بنابراین می‌گوییم عدد ۲۰ بر عدد ۴ بخش‌پذیر است. به‌طور کلّی هرگاه در یک تقسیم غیراعشاری، باقی‌مانده صفر شود، می‌گوییم مقسوم بر مقسوم‌علیه بخش‌پذیر است.



مثال ۳۳ آیا عدد ۳۷۱ بر عدد ۷ بخش‌پذیر است؟

$$\begin{array}{r|l} ۳۷۱ & ۷ \\ \hline -۳۵ & ۵۳ \\ ۲۱ & \\ -۲۱ & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

چون در تقسیم ۳۷۱ بر ۷، باقی‌مانده صفر شده است، پس ۳۷۱ بر ۷ بخش‌پذیر است.

مثال ۳۴ آیا ۳۸۵ بر ۱۳ بخش‌پذیر است؟

$$\begin{array}{r|l} ۳۸۵ & ۱۳ \\ \hline -۲۶ & ۲۹ \\ ۱۲۵ & \\ -۱۱۷ & \\ \hline ۰۸ & \end{array}$$

خیر، چون در تقسیم ۳۸۵ بر ۱۳، باقی‌مانده صفر نشده است.

نکته

مضارب یک عدد، بر آن عدد بخش‌پذیر هستند. مثلاً به مضارب عدد ۶ دقّت کنید:

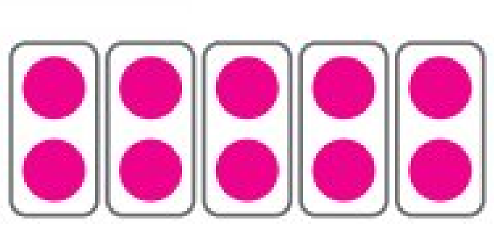
$۱\times۶=۶$ ، $۲\times۶=۱۲$ ، $۳\times۶=۱۸$ ، $۴\times۶=۲۴$ ، ...

$$\begin{array}{r|l} ۶ & ۶ \\ \hline ۶ & ۱ \\ \hline ۰ & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} ۱۲ & ۶ \\ \hline ۱۲ & ۲ \\ \hline ۰ & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} ۱۸ & ۶ \\ \hline ۱۸ & ۳ \\ \hline ۰ & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} ۲۴ & ۶ \\ \hline ۲۴ & ۴ \\ \hline ۰ & \end{array}$$

مشاهده می‌کنید همه‌ی مضارب ۶، بر خود ۶ بخش‌پذیرند.

قانون بخش‌پذیری بر ۲

در شکل زیر مشاهده می‌کنید ما ۱۰ دایره را به دسته‌های ۲تایی تقسیم کردیم و هیچ دایره‌ای باقی نماند، پس عدد ۱۰ بر ۲ بخش‌پذیر است.



با توجّه به این موضوع، می‌توان گفت همه‌ی مضارب ۱۰، مثل ۲۰، ۳۰، ... ، ۱۰۰، ۲۰۰ ، ۳۰۰ و ... بر۲ بخش‌پذیرند. مثلاً عدد ۲۰۰ شامل ۲۰ بسته‌ی ۱۰تایی است.

بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲
↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲	بخش‌پذیر بر ۲

از آن‌جا که هر بسته‌ی ۱۰ تایی بر ۲ بخش‌پذیر است، پس ۲۰۰ هم که شامل ۲۰ دسته‌ی ۱۰تایی است، بر ۲ بخش‌پذیر است.

سؤال: آیا عددی مثل ۳۴۰ هم بر ۲ بخش‌پذیر است؟

پاسخ: بله. ۳۴۰ شامل ۳۴ دسته‌ی ۱۰تایی است و چون هر دسته‌ی ۱۰تایی بر ۲ بخش‌پذیر است، پس ۳۴۰ هم بر ۲ بخش‌پذیر است. یا به‌عبارت دیگر می‌توان گفت، ۳۴۰ به‌صورت گسترده برابر با ۴۰+۳۰۰ است که هم ۳۰۰ و هم ۴۰ که مضرب ۱۰ هستند، بر ۲ بخش‌پذیرند، پس مجموع آن‌ها نیز بر ۲ بخش‌پذیر است.

سؤال: آیا عددی مثل ۱۲۵۷ بر ۲ بخش‌پذیر است؟

پاسخ: اگر عدد ۱۲۵۷ را به‌صورت گسترده به شکل ۷ + ۵۰ + ۲۰۰ + ۱۰۰۰ بنویسیم، می‌دانیم ۱۰۰۰، ۲۰۰ و ۵۰ بر ۲ بخش‌پذیرند، زیرا مضرب ۱۰ هستند و اگر آن‌ها را جداگانه بر ۲ تقسیم کنیم، باقی‌مانده صفر می‌شود، امّا رقم یکان (۷) مضرب ۱۰ نیست و باید جداگانه بر ۲ تقسیم شود.

```
 ۷ | ۲
-۶ | ۳
 ۱
```

مشاهده می‌کنید که ۷ بر ۲ بخش‌پذیر نیست، پس کلّ عدد ۱۲۵۷ هم بر ۲ بخش‌پذیر نیست.

قانون کلّی بخش‌پذیری بر ۲: با توجّه به مثال‌هایی که زده شد، می‌توان گفت در یک عدد برای بخش‌پذیری بر ۲، اهمّیتی ندارد که رقم‌های دهگان، صدگان، یکان هزار و ... چند باشند، چون در گسترده‌نویسی قسمت‌های دهگان، صدگان، یکان هزار و ... بر ۲ بخش‌پذیرند ولی رقم یکان ممکن است بر ۲ بخش‌پذیر باشد یا خیر. بنابراین به طور کلّی برای بخش‌پذیری بر ۲، کافی است رقم یکان عدد را بررسی کنیم. اگر رقم یکان عدد بر ۲ بخش‌پذیر بود، کلّ عدد هم بر ۲ بخش‌پذیر است و اگر رقم یکان بر ۲ بخش‌پذیر نبود، کلّ عدد هم بر ۲ بخش‌پذیر نیست.

از اینجا می‌توان گفت، اعدادی بر ۲ بخش‌پذیرند که رقم یکان آن‌ها یکی از ارقام صفر، ۲، ۴، ۶ یا ۸ باشد.

مانند: ۱۰۰۳۵۸ و ۹۹۶ و ۵۷۴ و ۴۹۲ و ۳۸۰

مثال ۳۵ بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی و کوچک‌ترین عدد چهاررقمی بخش‌پذیر بر ۲ را بنویسید.

بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی بخش‌پذیر بر ۲: ۹۹۸ کوچک‌ترین عدد چهاررقمی بخش‌پذیر بر ۲: ۱۰۰۰

مثال ۳۶ بزرگ‌ترین عدد پنج‌رقمی بخش‌پذیر بر ۲ (بدون ارقام تکراری) را بنویسید.

۹۸۷۶۴ (دقّت کنید چون رقم یکان باید یکی از ارقام، صفر، ۲، ۴، ۶ یا ۸ باشد، پس به‌جای رقم ۵، رقم ۴ را قرار داده‌ایم)

مثال ۳۷ **چند رقم مختلف به‌جای ☐ می‌توان قرارداد تا هریک از اعداد زیر، بر ۲ بخش‌پذیر شوند؟**

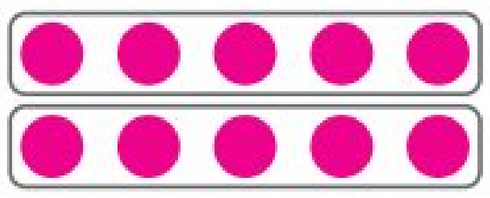
الف) ☐۷۷ **ب) ۶☐۹۳** **ج) ۵☐۳۴**

الف) به‌جای ☐ می‌توان ارقام ۰، ۲، ۴، ۶ و ۸ را قرار داد.

ب) چون ☐ رقم دهگان است و رقم یکان عدد ۶ است، به‌جای ☐ هر رقمی قرار دهیم(۰، ۱، ۲، ... و ۹)، عدد بر ۲ بخش‌پذیر خواهد بود.

ج) چون رقم یکان فرد است، به‌جای ☐ هر رقمی قرار دهیم، عدد هرگز بر ۲ بخش‌پذیر نخواهد بود.

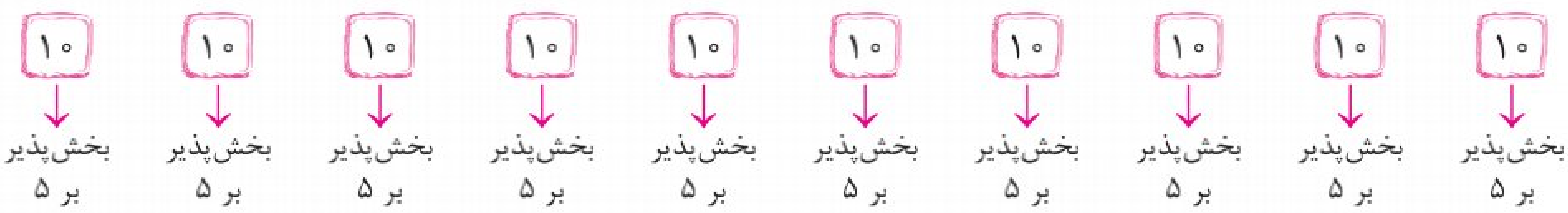
قانون بخش‌پذیری بر ۵



در شکل مقابل ۱۰ دایره را به دسته‌های ۵تایی تقسیم کرده‌ایم. مشاهده می‌کنید که هیچ دایره‌ای باقی نمانده است، بنابراین می‌توان گفت عدد ۱۰ بر ۵ بخش‌پذیر است.

با توجّه به این موضوع، می‌توان گفت همه‌ی مضرب‌های عدد ۱۰ (مثل ۲۰، ۳۰، ۴۰ و ... یا ۱۰۰، ۲۰۰، ۳۰۰ و ...) هم بر ۵ بخش‌پذیرند.

به‌عنوان مثال عدد ۱۰۰ که از ۱۰ دسته‌ی ۱۰تایی تشکیل شده است:



از آن‌جا که هر دسته‌ی ۱۰تایی بر ۵ بخش‌پذیر است، پس ۱۰۰ هم که شامل ۱۰ دسته‌ی ۱۰تایی است بر ۵ بخش‌پذیر است.

سؤال: آیا عدد ۷۹۰ بر ۵ بخش‌پذیر است؟

پاسخ: اگر عدد ۷۹۰ را به‌صورت گسترده ۹۰+۷۰۰ درنظر بگیریم، هم ۹۰ (۹ دسته‌ی ۱۰تایی) و هم ۷۰۰ (۷۰ دسته‌ی ۱۰تایی) که مضرب ۱۰ هستند بر ۵ بخش‌پذیرند، پس ۷۹۰ بر ۵ بخش‌پذیر است.

سؤال: آیا عدد ۴۵۷۰ بر ۵ بخش‌پذیر است؟

پاسخ: اگر عدد را به‌صورت گسترده ۷۰+۵۰۰+۴۰۰۰ درنظر بگیریم، هم ۴۰۰۰ (۴۰۰ دسته‌ی ۱۰تایی)، هم ۵۰۰ (۵۰ دسته‌ی ۱۰تایی) و هم ۷۰ (۷ دسته‌ی ۱۰تایی) مضرب ۱۰ هستند و بر ۵ بخش‌پذیرند، پس ۴۵۷۰ هم بر ۵ بخش‌پذیر است.

سؤال: آیا عدد ۱۳۹ بر ۵ بخش‌پذیر است؟

پاسخ: عدد را به‌صورت ۹+۳۰+۱۰۰ در نظر بگیرید. ۳۰ (۳ دسته‌ی ۱۰تایی) و ۱۰۰ (۱۰ دسته‌ی ۱۰تایی) مضرب ۱۰ هستند و بر ۵ بخش‌پذیرند، امّا ۹ (رقم یکان) مضرب ۱۰ نیست و باید بررسی شود که بر ۵ بخش‌پذیر است یا خیر. از آن‌جا که تقسیم ۹ بر ۵، باقی‌مانده می‌آورد، پس ۹ بر ۵ بخش‌پذیر نیست، بنابراین کلّ عدد ۱۳۹ بر ۵ بخش‌پذیر نیست.

$$\begin{array}{r|l} 9 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 1 \\ \hline 4 & \end{array}$$

قانون کلّی بخش‌پذیری بر ۵: با توجّه به مثال‌های بالا، این‌که در یک عدد، رقم دهگان، صدگان، یکان هزار و ... چه رقمی باشد، در بخش‌پذیری بر ۵ تأثیری ندارد، زیرا قسمت‌های دهگان، صدگان و یکان هزار و ... چون مضرب ۱۰ هستند، همواره بر ۵ بخش‌پذیرند. امّا یکان عدد ممکن است بر ۵ بخش‌پذیر نباشد. بنابراین برای این‌که یک عدد بر ۵ بخش‌پذیر باشد، رقم یکان آن باید بر ۵ بخش‌پذیر باشد. تنها ارقامی که این خاصیّت دارند، صفر و ۵ هستند.

$$\begin{array}{r|l} 0 & 5 \\ \cline{2-2} -0 & 0 \\ \hline 0 & \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 1 \\ \hline 0 & \end{array}$$

پس به‌طور کلّی، اعدادی **بر ۵ بخش‌پذیرند که رقم یکان آن‌ها، صفر یا ۵ باشد**. مانند:

۸۷۳۰ یا ۹۷۵ یا ۱۰۰۰ یا ۴۰۰۰۵

مثال ۳۸ **الف) بزرگ‌ترین عدد ۷رقمی بخش‌پذیر بر ۵ (بدون تکرار ارقام) را بنویسید.**

۹۸۷۶۵۴۰

ارقام از بزرگ به کوچک

ب) کوچک‌ترین عدد ۴رقمی بخش‌پذیر بر ۵ (بدون تکرار ارقام) را بنویسید.

۱۰۲۵

ارقام از کوچک به بزرگ

قانون بخش‌پذیری بر ۱۰: مضارب ۱۰ عبارت‌اند از:

۱۰ , ۲۰ , ۳۰ , ۴۰ , ۵۰ , ۶۰ , ۷۰ , ۸۰ , ۹۰ , ۱۰۰ , ۱۱۰ , ۱۲۰ , ...

همه‌ی مضارب ۱۰، بر ۱۰ بخش‌پذیرند. مانند:

۵۰ | ۱۰ ، −۵۰ ، ۵ ، ۰ و ۱۱۰ | ۱۰ ، −۱۱۰ ، ۱۱ ، ۰

اگر دقّت کنید رقم یکان همه‌ی مضارب ۱۰ (اعدادی که بر ۱۰ بخش‌پذیرند) صفر است. چون رقم یکان این اعداد صفر است، پس بر ۵ بخش‌پذیرند، همچنین این اعداد همگی زوج هستند، یعنی بر ۲ بخش‌پذیرند. پس می‌توان گفت: **اعدادی که بر ۱۰ بخش‌پذیرند، هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش‌پذیر هستند یا به‌عبارت دیگر، رقم یکان آن‌ها صفر است.**

مثال ۳۹ **بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین اعداد چهاررقمی که بر ۱۰ بخش‌پذیرند را بنویسید.**

بزرگ‌ترین: ۹۹۹۰ کوچک‌ترین: ۱۰۰۰

دقّت کنید اعدادی که بر ۱۰ بخش‌پذیرند، رقم یکان آن‌ها صفر است.

مثال ۴۰ **با توجّه به اعداد ۴۰ تا ۶۰، به سؤالات زیر پاسخ دهید.**

الف) چند عدد زوج وجود دارد؟

۴۰ ، ۴۲ ، ۴۴ ، ۴۶ ، ۴۸ ، ۵۰ ، ۵۲ ، ۵۴ ، ۵۶ ، ۵۸ ، ۶۰

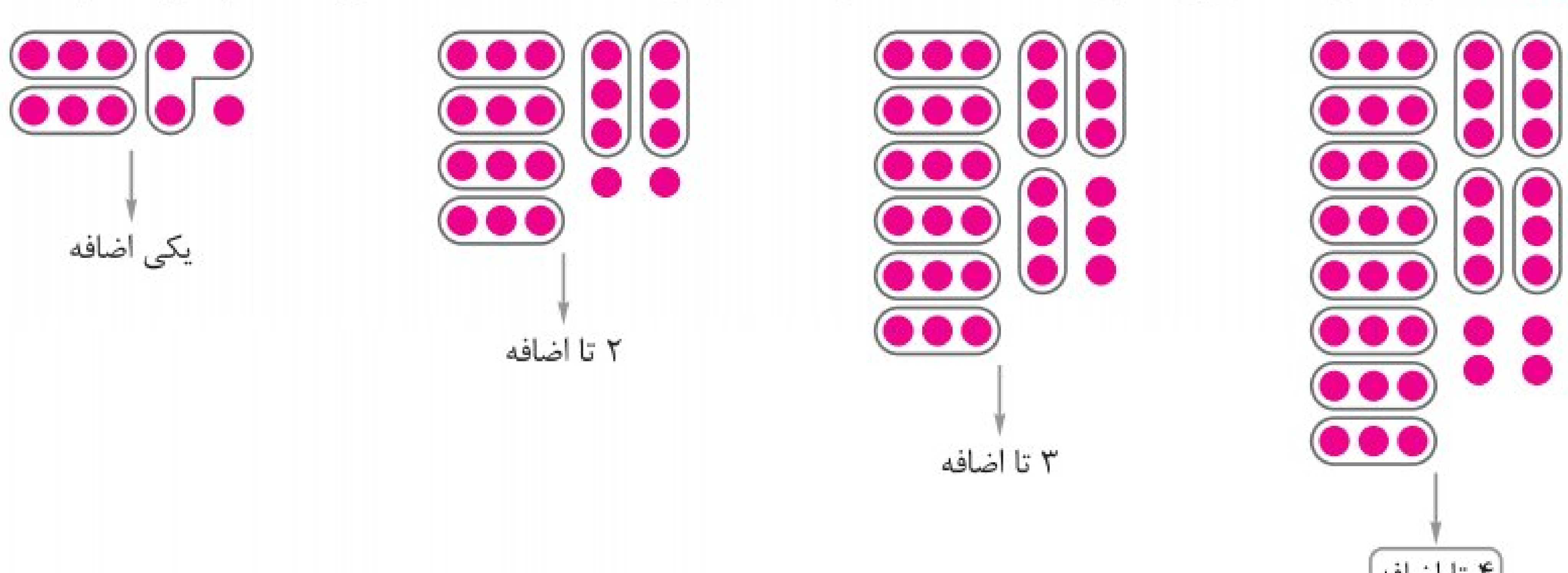
ب) چند عدد بر ۵ بخش‌پذیرند؟

۴۰ ، ۴۵ ، ۵۰ ، ۵۵ ، ۶۰

ج) چند عدد هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش‌پذیر است؟

اعدادی که بر ۱۰ بخش‌پذیرند، رقم یکان آن‌ها صفر است. (هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش‌پذیرند). ۴۰ ، ۵۰ ، ۶۰

قانون بخش‌پذیری بر ۳: در شکل‌های زیر، به‌ترتیب ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ دایره را به دسته‌های ۳تایی تقسیم کرده‌ایم.



مشاهده می‌کنید در تقسیم بر ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰، می‌توان گفت به‌اندازه‌ی رقم دهگان می‌توان باقی‌مانده در نظر گرفت.

بنابراین در تقسیم ۵۰، ۶۰، ۷۰، ۸۰ و ۹۰ بر ۳، به‌ترتیب می‌توان گفت ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ باقی‌مانده فرض کرد. (به‌اندازه‌ی رقم دهگان)

حال فرض کنید اعداد ۱۰۰ و ۲۰۰ را بر ۳ تقسیم کنیم:

در تقسیم ۱۰۰ بر ۳، یک واحد باقی‌مانده (به‌اندازه‌ی رقم صدگان) و در تقسیم ۲۰۰ بر ۳، دو واحد باقی‌مانده (به‌اندازه‌ی رقم صدگان) خواهیم داشت.

$$\begin{array}{r|l} 100 & 3 \\ \hline -99 & 33 \\ \hline 1 & \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r|l} 200 & 3 \\ \hline -198 & 66 \\ \hline 2 & \end{array}$$

بنابراین در تقسیم ۳۰۰، ۴۰۰، ۵۰۰، ۶۰۰، ۷۰۰، ۸۰۰ و ۹۰۰، می‌توان به‌ترتیب ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ باقی‌مانده داشته باشیم.

تذکر

شاید برای شما هم این سؤال پیش آمده باشد که چرا باقی‌مانده‌ی تقسیم بر ۳، عددی مثل ۳ یا ۴ یا ۵ یا ... شده است (باقی‌مانده باید کوچک‌تر از ۳ باشد.)، در اینجا باید بگوییم که حرف شما درست است و ما فقط برای به‌دست آوردن قانون‌های بخش‌پذیری، باقی‌مانده‌ها را به این صورت درنظر گرفتیم.

نکته

برای محاسبه‌ی باقی‌مانده‌ی تقسیم اعداد بر ۳، می‌توانیم آن‌ها را به‌صورت گسترده بنویسیم.

با توجّه به مطالب بالا، به‌عنوان مثال اگر ۴۷۰ مداد داشته باشیم و بخواهیم آن‌ها را به دسته‌های ۳تایی تقسیم کنیم، آن‌گاه مقدار باقی‌مانده برابر خواهد بود با:

$$470 = 400 + 70$$

۴ باقی‌مانده ، ۷ باقی‌مانده $\Rightarrow 4 + 7 = 11$ باقی‌مانده

در نهایت دو مداد باقی‌می‌ماند.

چون ۱۱ مداد داریم، این ۱۱ مداد را می‌توانیم باز هم به دسته‌های ۳تایی تقسیم کنیم:

$$\begin{array}{r|l} 11 & 3 \\ \hline -9 & 3 \\ \hline 2 & \end{array}$$

در این مثال مشاهده کردید که ابتدا در تقسیم ۴۷۰ مداد بر ۳، ۷ + ۴ یعنی به‌اندازه‌ی رقم‌های عدد داده‌شده باقی‌مانده داشتیم، بنابراین می‌توان قانون زیر را نوشت:

در تقسیم یک عدد بر ۳، می‌توانیم رقم‌های آن عدد را باهم جمع کرده و سپس عدد به‌دست آمده را بر ۳ تقسیم کنیم.

مثال ۴۱ در تقسیم عدد ۷۹۰ بر ۳، چند واحد باقی می‌ماند؟

$$790 = 700 + 90$$

$$7 \quad 9 \Rightarrow 7 + 9 = 16$$

برای محاسبه‌ی باقی‌مانده‌ی نهایی، باید ۱۶ را بر ۳ تقسیم کنیم:

$$\begin{array}{r|l} 16 & 3 \\ \hline -15 & 5 \\ \hline 01 & \end{array}$$

باقی‌مانده‌ی نهایی

نکته

اگر رقم یکان عدد، صفر نبود، در هنگام به‌دست آوردن باقی‌مانده‌ها، آن را نیز با بقیّه‌ی ارقام جمع می‌کنیم.

مثال ۴۲ باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد ۷۵۸ بر ۳ چه قدر است؟

$$758 = 700 + 50 + 8$$

باقی‌مانده

$$7 \quad 5 \quad 8 \Rightarrow 7 + 5 + 8 = 20 \Rightarrow \begin{array}{r|l} 20 & 3 \\ \hline -18 & 6 \\ \hline 2 & \end{array}$$

چون ۲۰ از ۳ بزرگ‌تر است، آن را بر ۳ تقسیم می‌کنیم تا باقی‌مانده‌ی نهایی را به‌دست آوریم که باقی‌مانده ۲ می‌شود.

مثال۴۳ باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد ۱۳۹۵ بر ۳ چه قدر است؟

۱۳۹۵ = ۱۰۰۰ + ۳۰۰ + ۹۰ + ۵

۱ ۳ ۹ ۵ ⇐ ۱ + ۳ + ۹ + ۵ = ۱۸

چون ۱۸ عدد بزرگ‌تر از ۳ است، آن را بر ۳ تقسیم می‌کنیم تا باقی‌مانده‌ی نهایی به‌دست آید.

چون باقی‌مانده‌ی نهایی صفر است، پس عدد ۱۳۹۵ بر ۳ بخش‌پذیر است.

۱۸ | ۳ ؛ ۱۸- ، ۶ ؛ ۰

تذکر

نیازی نیست مرحله‌ی گسترده‌نویسی را بنویسیم، بلکه از همان ابتدا می‌توانیم ارقام عدد را باهم جمع کنیم.

مثال۴۴ باقی‌مانده‌ی تقسیم اعداد زیر را بر ۳ محاسبه کنید.

الف) ۷۸۶۹ ⇐ ۷ + ۸ + ۶ + ۹ = ۳۰ ⇐ ۳۰ | ۳ ؛ ۳۰- ، ۱۰ ؛ ۰ باقی‌مانده‌ی نهایی

ب) ۸۴۰۷۳ ⇐ ۸ + ۴ + ۰ + ۷ + ۳ ⇐ ۲۲ | ۳ ؛ ۲۱- ، ۷ ؛ ۱ باقی‌مانده‌ی نهایی

مثال۴۵ به‌جای مربّع چه عددی قراردهیم تا ☐۵۳ بر ۳ بخش‌پذیر باشد؟ در این‌جا باید همه‌ی رقم‌های صفر تا ۹ را بررسی کنیم تا ببینیم کدام‌یک باعث می‌شوند جمع ارقام عددی شود که بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

اعداد:	۵۳۰	۵۳۱	۵۳۲	۵۳۳	۵۳۴	۵۳۵	۵۳۶	۵۳۷	۵۳۸	۵۳۹
جمع ارقام:	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
بخش‌پذیر بر ۳:	✘	✔	✘	✘	✔	✘	✘	✔	✘	✘

پس به‌جای ☐ می‌توان ارقام ۱، ۴ و ۷ را قرار داد.

تذکر

اگر جمع ارقام عدد، بازهم عدد بزرگی شد، می‌توانیم دوباره ارقام آن عدد را جمع کرده و بعد باقی‌مانده‌ی نهایی را به‌دست آوریم.

مثال۴۶ باقی‌مانده‌ی اعداد زیر را بر ۳ به‌دست آورید.

الف) ۸۹۷۶۵۴ $\xrightarrow{\text{جمع ارقام}}$ ۸ + ۹ + ۷ + ۶ + ۵ + ۴ = ۳۹ $\xrightarrow{\text{جمع ارقام}}$ ۳ + ۹ = ۱۲ ⇐ ۱۲ | ۳ ؛ ۱۲ ، ۴ ؛ ۰ ← باقی‌مانده‌ی نهایی

ب) ۸۸۷۸۷۶۷۷ $\xrightarrow{\text{جمع ارقام}}$ ۸ + ۸ + ۷ + ۸ + ۷ + ۶ + ۷ + ۷ = ۵۸ $\xrightarrow{\text{جمع ارقام}}$ ۵ + ۸ = ۱۳ ⇐ ۱۳ | ۳ ؛ ۱۲ ، ۴ ؛ ۱ ← باقی‌مانده‌ی نهایی

قانون بخش‌پذیری بر۶: به مضارب ۶ دقّت کنید:

۶×۱ , ۶×۲ , ۶×۳ , ...

۶ , ۱۲ , ۱۸ , ...

همه‌ی این اعداد بر ۶ بخش‌پذیرند. از طرفی همه‌ی آن‌ها زوج هستند و بر ۲ بخش‌پذیرند.

با کمی دقّت متوجّه می‌شویم که این اعداد بر ۳ هم بخش‌پذیرند.

۶ | ۳ ؛ ۶- ، ۲ ؛ ۰ ، ۱۲ | ۳ ؛ ۱۲- ، ۴ ؛ ۰ ، ۱۸ | ۳ ؛ ۱۸- ، ۶ ؛ ۰

پس می‌توان گفت: اعدادی که بر ۶ بخش‌پذیرند، هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش‌پذیرند.

مثال ۴۷ **آیا اعداد زیر بر ۶ بخش‌پذیرند؟**

الف) ۶۴۴ **ب) ۳۵۵** **ج) ۷۰۰۲**

این اعداد باید هم زوج باشند (بر ۲ بخش‌پذیر باشند) و هم بر ۳ بخش‌پذیر باشند.

الف) ۶۴۴: این عدد زوج است، امّا بر ۳ بخش‌پذیر نیست، زیرا جمع ارقام آن ۱۴ = ۴ + ۴ + ۶ است و بر ۳ بخش‌پذیر نیست، پس بر ۶ بخش‌پذیر نیست.

ب) ۳۵۵: این عدد فرد است، پس بر ۲ بخش‌پذیر نیست، در نتیجه بر ۶ هم بخش‌پذیر نخواهد بود.

ج) ۷۰۰۲: این عدد زوج است، پس بر ۲ بخش‌پذیر است. جمع ارقام آن ۹ = ۲ + ۰ + ۰ + ۷ است، پس بر ۳ نیز بخش‌پذیر است. بنابراین هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش‌پذیر است، پس بر ۶ هم بخش‌پذیر است.

مثال ۴۸ **به‌جای مربّع چه عددی قرار دهیم تا عدد $\square$۳۵ بر ۶ بخش‌پذیر باشد؟**

چون عدد باید زوج باشد، پس به‌جای $\square$ ارقام (صفر، ۲، ۴، ۶ یا ۸) را قرار می‌دهیم و بعد از آن، حالتی که عدد بر ۳ هم بخش‌پذیر می‌شود را انتخاب می‌کنیم:

	۳۵$\boxed{۸}$	۳۵$\boxed{۶}$	۳۵$\boxed{۴}$	۳۵$\boxed{۲}$	۳۵$\boxed{۰}$
جمع ارقام:	۱۶	۱۴	۱۲	۱۰	۸
بخش‌پذیر بر ۳:	✘	✘	✔	✘	✘

پس فقط در حالتی که به‌جای $\square$ رقم ۴ را قرار دهیم، عدد هم زوج می‌شود و هم بر ۳ بخش‌پذیر خواهد بود، در نتیجه بر ۶ نیز بخش‌پذیر خواهد بود.

قانون بخش‌پذیری بر ۹

به تقسیم اعداد ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ بر ۹ دقّت کنید:

۴۰ ÷ ۹: ۴۰ − ۳۶ = ۴ (خارج قسمت ۴)، ۳۰ ÷ ۹: ۳۰ − ۲۷ = ۳ (خارج قسمت ۳)، ۲۰ ÷ ۹: ۲۰ − ۱۸ = ۲ (خارج قسمت ۲)، ۱۰ ÷ ۹: ۱۰ − ۹ = ۱ (خارج قسمت ۱)

مشاهده می‌کنید که باقی‌مانده‌ی هر تقسیم به‌اندازه‌ی رقم دهگان عدد است (مثلاً در تقسیم ۴۰ بر ۹، باقی‌مانده ۴ است)، پس می‌توان گفت باقی‌مانده‌ی تقسیم ۵۰، ۶۰، ۷۰، ۸۰ و ۹۰ هم بر ۹ به‌ترتیب ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ است.

حال به تقسیم اعداد ۱۰۰، ۲۰۰، ۳۰۰ و ۴۰۰ بر ۹ دقّت کنید:

۴۰۰ ÷ ۹: ۴۰۰ − ۳۹۶ = ۴ (خارج قسمت ۴۴)، ۳۰۰ ÷ ۹: ۳۰۰ − ۲۹۷ = ۳ (خارج قسمت ۳۳)، ۲۰۰ ÷ ۹: ۲۰۰ − ۱۹۸ = ۲ (خارج قسمت ۲۲)، ۱۰۰ ÷ ۹: ۱۰۰ − ۹۹ = ۱ (خارج قسمت ۱۱)

مشاهده می‌کنید که در این‌جا هم باقی‌مانده‌ی تقسیم هر عدد بر ۱ برابر با رقم صدگان است. (مثلاً در تقسیم ۳۰۰ بر ۹، باقی مانده ۳ است) پس می‌توان گفت در تقسیم اعداد ۵۰۰، ۶۰۰، ۷۰۰، ۸۰۰ و ۹۰۰ بر ۹ هم باقی‌مانده به‌ترتیب ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ است.

مثال ۴۹ **باقی‌مانده‌ی تقسیم ۶۷۰ بر ۹ چه قدر است؟**

اگر گسترده‌ی عدد ۶۷۰ را بنویسیم، داریم:

۶۷۰ = ۶۰۰ + ۷۰

۶۰۰ ← ۶ ، ۷۰ ← ۷ ⇐ ۱۳ = ۷ + ۶

چون ۱۳ عددی بزرگ‌تر از ۹ است، می‌توانیم آن را بر ۹ تقسیم کنیم تا باقی‌مانده‌ی نهایی به‌دست آید.

۱۳ ÷ ۹: ۱۳ − ۹ = ۴ (خارج قسمت ۱) ← باقی‌مانده‌ی نهایی

مشاهده کردید که برای محاسبه‌ی تقسیم ۶۷۰ بر ۹، حاصل ۷ + ۶ را به‌دست آوردیم و بر ۹ تقسیم کردیم. پس در این‌جا هم مانند قانون بخش‌پذیری بر ۳ می‌توان گفت:

برای به‌دست آوردن باقی‌مانده‌ی تقسیم یک عدد بر ۹، کافی است ارقام آن را با هم جمع کرده و حاصل را بر ۹ تقسیم کنیم.

مثال ۵۰ **باقی‌مانده‌ی تقسیم اعداد ۹۷۰ و ۸۵۰ را بر ۹ به‌دست آورید.**

۹۷۰ —جمع ارقام→ ۹ + ۷ = ۱۶ ⟵ ۱۶ | ۹

− ۹ | ۱

۷ ← باقی‌مانده‌ی نهایی

۸۵۰ —جمع ارقام→ ۸ + ۵ = ۱۳ ⟵ ۱۳ | ۹

− ۹ | ۱

۴ ← باقی‌مانده‌ی نهایی

تذکر

① درصورتی‌که رقم یکان عدد، صفر نبود، رقم یکان را هم با سایر ارقام جمع کرده و سپس حاصل را بر ۹ تقسیم می‌کنیم تا باقی‌مانده‌ی نهایی را به‌دست آوریم. مثلاً فرض کنید می‌خواهیم باقی‌مانده‌ی تقسیم ۸۵۷ بر ۹ را به‌دست آوریم. داریم:

۸۵۷ —جمع ارقام→ ۸ + ۵ + ۷ = ۲۰ ⟵ ۲۰ | ۹

− ۱۸ | ۲

۲ ← باقی‌مانده‌ی نهایی

۲۳۷۶ —جمع ارقام→ ۲ + ۳ + ۷ + ۶ = ۱۸ ⟵ ۱۸ | ۹

− ۱۸ | ۲

۰ ← باقی‌مانده‌ی نهایی

(عدد بر ۹ بخش‌پذیر است)

② اگر جمع ارقام، عددی بزرگ بود، می‌توانیم یک بار دیگر ارقام عدد به‌دست آمده را جمع کرده و بعد حاصل را بر ۹ تقسیم کنیم تا باقی‌مانده‌ی نهایی به‌دست آید. مثلاً فرض کنید می‌خواهیم باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد ۶۸۸۸۷۷۷۶ را بر ۹ به‌دست آوریم، داریم:

۶۸۸۸۷۷۷۶ —جمع ارقام→ ۶ + ۸ + ۸ + ۸ + ۷ + ۷ + ۷ + ۶ = ۵۷ —جمع ارقام→ ۵ + ۷ = ۱۲ ⇐ ۱۲ | ۹

− ۹ | ۱

۳ ← باقی‌مانده‌ی نهایی

مثال ۵۱ **به‌جای مربّع چه رقمی قرار دهیم تا عدد □۷۶ بر ۹ بخش‌پذیر باشد؟**

باید ارقام صفر تا ۹ را بررسی کنیم تا مشخّص شود با کدام رقم، جمع ارقام عدد داده‌شده بر ۹ بخش‌پذیر است:

	۷۶[۹]	۷۶[۸]	۷۶[۷]	۷۶[۶]	۷۶[۵]	۷۶[۴]	۷۶[۳]	۷۶[۲]	۷۶[۱]	۷۶[۰]
جمع ارقام :	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳
بخش‌پذیر بر ۹ :	✘	✘	✘	✘	✔	✘	✘	✘	✘	✘

پس فقط باید به‌جای مربّع، رقم ۵ را قرار دهیم تا عدد بر ۹ بخش‌پذیر باشد.

نکته

می‌دانیم عدد ۹ بر ۳ بخش‌پذیر است، بنابراین اگر عددی بر ۹ بخش‌پذیر باشد، حتماً بر ۳ بخش‌پذیر است. امّا برعکس این موضوع همیشه درست نیست، یعنی اگر عددی بر ۳ بخش‌پذیر بود، ممکن است بر ۹ بخش‌پذیر نباشد. مثلاً عدد ۴۷۷ بر ۹ بخش‌پذیر است، زیرا جمع ارقام آن بر ۹ بخش‌پذیر است (۱۸ = ۷ + ۷ + ۴). این عدد بر ۳ هم بخش‌پذیر است. امّا عددی مثل ۱۲ که بر ۳ بخش‌پذیر است، بر ۹ بخش‌پذیر نیست.

مثال ۵۲ **سه عدد سه‌رقمی بنویسید که بر ۲، ۳، ۵ و ۹ بخش‌پذیر نباشند.**

چون می‌خواهیم عدد بر ۲ بخش‌پذیر نباشد، پس رقم یکان آن، نباید اعداد صفر، ۲، ۴، ۶ و ۸ باشد، از طرفی نمی‌خواهیم بر ۵ هم بخش‌پذیر باشد، پس رقم یکان آن صفر و ۵ نباید باشد. حال باید ارقام را به‌صورتی انتخاب کنیم که جمع ارقام آن‌ها بر ۳ و ۹ بخش‌پذیر نباشد. مثلاً:

عدد: ۵۶۳ ← ۵ + ۶ + ۳ = ۱۴ جمع ارقام بر ۳ و ۹ بخش‌پذیر نیست.

عدد: ۸۸۷ ← ۸ + ۸ + ۷ = ۲۳ جمع ارقام بر ۳ و ۹ بخش‌پذیر نیست.

عدد: ۱۳۹ ← ۱ + ۳ + ۹ = ۱۳ جمع ارقام بر ۳ و ۹ بخش‌پذیر نیست.

مثال ۵۳ **کوچک‌ترین عدد زوج سه‌رقمی بنویسید که بر ۹ بخش‌پذیر باشد و ارقام آن تکراری نباشند.**

اعداد سه‌رقمی از ۱۰۰ شروع می‌شوند. ولی ۱۰۰ بر ۹ بخش‌پذیر نیست. پس باید از ۱۰۰ به سمت بالا حرکت کنیم تا اوّلین عددی که بر ۹ بخش‌پذیر است (جمع ارقام آن بر ۹ بخش‌پذیر است) را پیدا کنیم. این عدد ۱۰۸ است. (۹ = ۸ + ۰ + ۱)

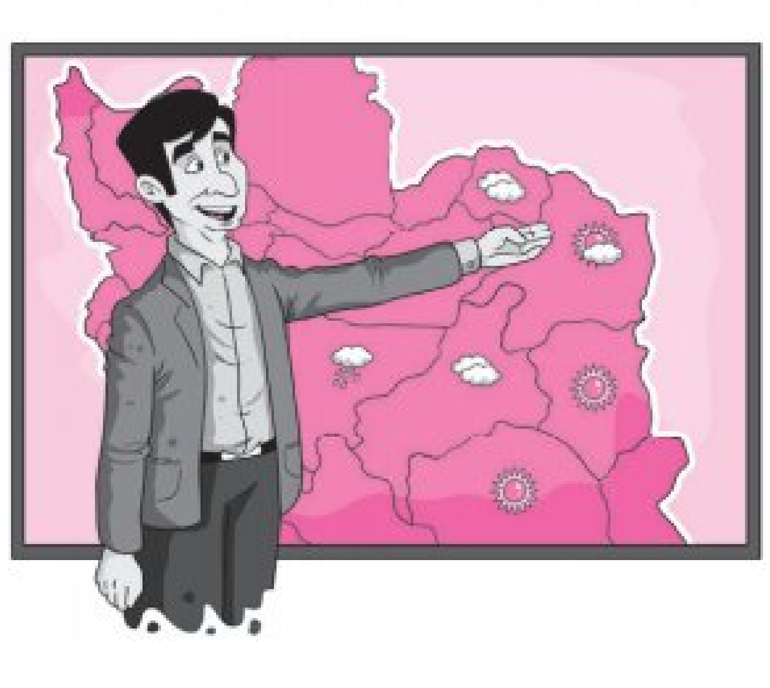
مثال ۵۴ **بزرگ‌ترین عدد ۴ رقمی که بر ۶ بخش‌پذیر است و ارقام آن تکراری نیستند را بنویسید.**

باید از چپ به راست، از ارقام بزرگ استفاده کنیم. این عدد به‌صورت □۹۸۷ است. باید در مربّع یکی از ارقام ۰، ۲، ۴، ۶ یا ۸ را قرار دهیم تا عدد بر ۲ بخش‌پذیر شود (البتّه از بین این اعداد، برای □ نمی‌توان عدد ۸ را انتخاب کرد، زیرا در عدد مجاز به تکرار ارقام نیستیم) و از طرفی باید جمع ارقام بر ۳ هم بخش‌پذیر باشد تا عدد بر ۳ بخش‌پذیر شود و در نهایت عدد بر ۶ بخش‌پذیر شود.

این عدد به‌صورت ۹۸۷۶ است. زوج ← ۹۸۷۶

۹ + ۸ + ۷ + ۶ = ۳۰ ← بر ۳ بخش پذیر است.

بخش چهارم : معرّفی اعداد صحیح



گاهی در خبرها در مورد دمای هوای شهرهای مختلف صحبت می‌شود. مثلاً گفته می‌شود هوای تهران ۱۴ درجه بالای صفر یا هوای تبریز ۳ درجه زیر صفر است.

یا مثلاً گفته می‌شود قیمت کالایی ۱۰۰۰ تومان افزایش یا ۲۰۰۰ تومان کاهش پیدا کرده است. در اینجا سؤالی که پیش می‌آید این است که چگونه می‌توان کلماتی مانند "بالا"، "پایین"، "افزایش"، "کاهش" و ... را نشان داد.